

Gyakorlás

Bevezetés a számításelméletbe 1

2019

4. gyakorlat

1. Oldjuk meg a $42x \equiv 33 \pmod{51}$ kongruenciát.
2. Egy n egész szám 115-szöröse 110-zel nagyobb maradékot ad 344-gyel osztva, mint maga az n szám. Milyen maradékot adhat n 344-gyel osztva?
3. Egy n egész szám 3 maradékot ad 82-vel osztva. Milyen maradékot adhat az n szám 182-vel osztva?
4. Egy n egész szám háromszorosa 5 maradékot ad 20-szal osztva. Milyen maradékot adhat n 30-cal osztva?
5. Mennyi maradékot az 176-tal osztva 799^{801} ?
6. Határozzuk meg, hogy a 3^{33} szám kettes számrendszerben felírt alakjának mi az utolsó hat jegye!
7. Legyen $a_1 = 7$, $i \geq 2$ esetén pedig $a_i = 7^{a_{i-1}}$. Milyen maradékot ad 20-szal osztva a_{2012} ?
8. Mutassuk meg, hogy $38^{59} + 2$ osztható 77-tel.
9. Legyen $p > 2$ olyan prímszám, amelyre $2p + 1$ is prím. Bizonyítsuk be, hogy ekkor fennáll az alábbi kongruencia.

$$(p - 1)^{(p-2)^{p-1}} \equiv p - 1 \pmod{2p + 1}$$

10. Relatív prím-e a következő két szám? $2^{100} - 1$ és $3^{100} - 1$
11. Az alábbi C kód a bemenetként (10-es számrendszerben) kapott n pozitív egész számjegyeinek az összegét számítja ki. Tegyük fel, hogy a kód végrehajtásakor a gép az alpműveleteket az „írásbeli” összeadás, kivonás, szorzás és osztás segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárás polinomiális-e. (A `floor(n/10.0)` az $n/10$ alsó egészrészét adja vissza.)

```
x = 0; y = 0;
while (n > 0) {
    x = floor(n/10.0);
    y = y+n-10*x;
    n = x
}
printf("Eredmény: %d", y);
```