Gauss-elimináció

Bevezetés a számításelméletbe 1.
4. gyakorlat

2013. október 1.

1. Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket!

   (a)
   $$\begin{gathered} -x+3y+3z=2 \\ 3x+y+z=4 \\ 2x-2y+3z=10 \end{gathered}$$

   (b)
   $$\begin{gathered} x+3y+2z=3 \\ 3x+5y+10z=5 \\ 3x+2y+13z=2 \\ 6x+13y+17z=13 \end{gathered}$$

   (c)
   $$\begin{gathered} x+3y+2z=3 \\ 3x+5y+10z=5 \\ 3x+2y+13z=2 \\ 6x+13y+17z=11 \end{gathered}$$

2. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert.
   $$\begin{gathered} x+2y+3z=11 \\ 3x+2y+z=9 \\ x+3y+2z=11 \end{gathered}$$

3. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert a c valós paraméter minden lehetséges értékére.
   $$\begin{gathered} 2x+4y+6z=6 \\ 2x+5y+cz=6 \\ 3x+6y+10z=7 \end{gathered}$$

4. A p paraméter minden értékére döntsük el, hogy az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldható-e és ha igen, adjuk meg az összes megoldását!
   $$\begin{gathered} x_1+x_3+3x_4+8x_5=4 \\ 2x_1+3x_2+8x_3+6x_4+10x_5=17 \\ 3x_1+2x_2+7x_3+12x_4+8x_5=21 \\ 2x_1+4x_2+10x_3+8x_4+p\cdot x_5=22 \end{gathered}$$

5. A boltban árult háromféle müzli alkalmas összekeverésével 1 kg olyan müzlit szeretnénk készíteni, ami 10 dkg mazsolát, 50 dkg zabpelyhet, 10 dkg cerbonát és 30 dkg gyümölcsöt tartalmaz. A boltban árult egyik fajta müzli 20% mazsolát, 70% zabpelyhet, 0% cerbonát és 10% gyümölcsöt tartalmaz, míg a másik két fajtára ezek az arányok 20%, 40%, 20%, 20%, illetve 0%, 10%, 40%, 50%. Kikeverhető-e a kívánt müzli, és ha igen, akkor mennyit használjunk az egyes típusokból?

6. Adjuk meg a térben az alábbi egyenletekkel megadott S_1, S_2 és S_3 síkok (összes) metszéspontját!

$$\begin{aligned} S_1\colon &\quad 2x - y + 5z = 3 \\ S_2\colon &\quad 3x + 2y + 6z = 4 \\ S_3\colon &\quad 4x - 9y + 13z = 9 \end{aligned}$$

7. Tekintsük az $x + 2y + 3z = 14$, a $2x + 6y + 10z = 24$ és a $4x + 2y + tz = 68$ egyenletekkel megadott síkokat a szokásos háromdimenziós térben, ahol t tetszőleges valós paraméter. Határozzuk meg (t minden lehetséges értékére) a tér összes olyan pontját, amely e három sík mindegyikén rajta van.