

Mátrixok inverze

Bevezetés a számításelméletbe 1.

7. gyakorlat

2013. október 22.

1. Számoljuk ki a következő mátrixok inverzét, amennyiben azok léteznek!

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

(c)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

(d)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Az A és B $n \times n$ -es mátrixokról tudjuk, hogy $\det(A) \neq 0$, valamint hogy $AB = 0$. Határozzuk meg a B mátrixot!

3. Határozzuk meg az alábbi mátrix inverzét!

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & \dots & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \end{pmatrix}$$

4. Jelölje D azt az $n \times n$ -es mátrixot, amiben a főátló alatt minden elem 0, a főátlóban és felette pedig minden elem 1. Adjuk meg a D mátrix inverzét!

5. Határozzuk meg az összes olyan Y mátrixot, amelyre $Y \cdot A = B$ teljesül, ahol az A és B mátrixok az alábbiak:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 3 \\ 4 & 2 & -5 & 11 \\ -3 & -7 & 12 & -11 \\ 5 & 7 & -18 & 22 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & -7 & 13 \end{pmatrix}.$$

6. Legyen A $m \times n$ -es (vagyis m sorból és n oszlopból álló), B pedig $n \times m$ -es (vagyis n sorból és m oszlopból álló) mátrix. Tegyük fel, hogy $n < m$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az $A \cdot B$ mátrix nem invertálható.

7. Milyen $n \geq 1$ egész értékekre létezik inverze annak az $n \times n$ -es A mátrixnak, amelyben az i -edik sor és a j -edik oszlop kereszteződésében $a_{ij} = \sqrt{ij} - 1$ áll?