

# Legrövidebb utak

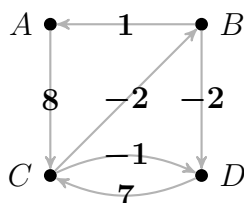
## Bevezetés a számításelméletbe 2

### 12. gyakorlat

2016. május 10.

1. Határozzuk meg az alábbi gráfban

- (a) Ford algoritmusával az  $a$  csúcsból az összes többibe menő legrövidebb utakat (és azok hosszát);
- (b) Floyd módszerével az összes pontpárra a legrövidebb út hosszát!



2. Egy irányított gráf csúcshalmaza  $\{a, b, c, d, e, f\}$ , az élek és súlyaik pedig az alábbiak:  $s(a, b) = 5$ ,  $s(a, e) = 6$ ,  $s(b, c) = 4$ ,  $s(b, d) = 6$ ,  $s(c, a) = 3$ ,  $s(c, d) = 1$ ,  $s(d, e) = 2$ ,  $s(e, c) = 2$ ,  $s(e, f) = 1$ ,  $s(f, b) = 3$ ,  $s(f, c) = 1$ ,  $s(f, d) = 1$ .

- (a) Dijkstra módszerével határozzuk meg az  $a$  csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát.
  - (b) Valamely él súlyát 1-gyel csökkentjük. Mely élek esetében nem változnak meg ezzel az  $a$  csúcstól mért távolságok?
3. Adjuk meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amelyekre az alábbi táblázat a Dijkstra-algoritmusban szereplő tömb változásait mutathatja.

$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
0	2	6	$\infty$	$\infty$	7
0	2	5	9	$\infty$	6
0	2	5	6	9	6
0	2	5	6	8	6
0	2	5	6	7	6

4. A  $G$  irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjunk  $n^2$ -tel arányos lépésszámú algoritmust az  $s \in V(G)$  pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására.
5. Adott egy  $n \times k$  méretű táblázat, amiben minden mezőben egy 0 vagy egy 1 áll. Találjunk a táblázat bal felső sarkától a jobb alsó sarokig egy mezőhatárok mentén jobbra és lefelé haladó olyan vonalat, amire az igaz, hogy a vonal alatti 1-esek és a vonal feletti 0-k számának összege a lehető legkisebb. Hogyan érdemes eljárni?
6. Forintot szeretnénk különféle valutákra átváltani. Külföldön élő ismerőseink révén nem csak forintot, hanem számos más valutát is közvetlenül át tudunk váltani bizonyos valutákra. A cél, hogy esetleg ilyen átváltások felhasználásával minél jobb árfolyamot érjünk el a forintunk konverziója során. E célból elkészítettünk egy irányított gráfot, aminek a csúcsai az egyes valutáknak, az élek pedig az egyes közvetlen tranzakcióknak felelnek meg. Minden  $uv$  élhez ismert az adott váltásnál alkalmazott árfolyam, azaz, hogy hány egységet kell fizetnünk az  $u$  pénznemben a  $v$  pénznem egy egységéért. Adjunk hatékony módszert arra, hogy meghatározzuk, legfeljebb mennyit kaphatunk az egyes valutákból 1 Ft-ért, illetve határozzuk meg azt is, milyen átváltásokat kell ehhez végeznünk.