

Élszínezés, folyamatok

Bevezetés a számításelméletbe 2

9. gyakorlat

2016. április 19.

Élkromatikus szám

A G gráf élkromatikus száma $\chi_e(G) = k$, ha G élei k színnel színezhetőek, de $k - 1$ színnel nem.

Állítás

Tetszőleges G gráfra $\Delta(G) \leq \chi_e(G)$ teljesül.

Vizing-tétel

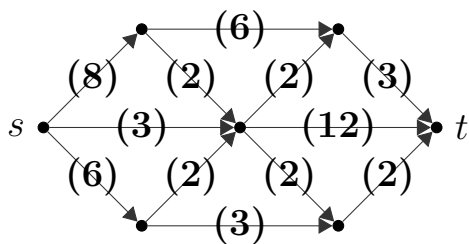
Ha G egy egyszerű gráf, akkor $\chi_e(G) \leq \Delta(G) + 1$.

Kőnig-tétel

Ha G egy páros gráf, akkor $\chi_e(G) = \Delta(G)$.

1. Határozzuk meg egy 6 csúcsú kör komplementerének élkromatikus számát!
2. A 10 csúcsú G egyszerű gráfban az u és v nemszomszédos pontok foka 4, a többi 8 pont foka 1. Határozzuk meg $\chi_e(\overline{G})$ -t, G komplementerének élkromatikus számát.
3. Határozzuk meg a tripla ötszög (vagyis azon gráf, melyet úgy kapunk, hogy egy öt hosszú kör minden élét három párhuzamos éllel helyettesítjük) élkromatikus számát.
4. Legyen G páros gráf, a G -beli maximális fokszámot jelölje Δ . Mutassuk meg, hogy G -ben létezik olyan M párosítás, amely az összes Δ fokú pontot lefogja (vagyis minden Δ fokú pontra illeszkedik M -beli él)!
5. Legyen G 99 csúcsú egyszerű gráf, melyben minden csúcs fokszáma ugyanannyi. Bizonyítsuk be, hogy G élkromatikus száma páratlan.
6. Egy 99 csúcsú gráfnak van két olyan Hamilton-köre, melyeknek nincsen közös éle. Mutassuk meg, hogy a gráf élkromatikus száma legalább 5.
7. Mutassuk meg, hogy ha G 9 csúcsú egyszerű gráf, akkor $\chi_e(G) + \chi_e(\overline{G}) \geq 9$.
8. A 9 csúcsú G egyszerű gráfnak páratlan számú éle van. Mutassuk meg, hogy $\chi_e(G) + \chi_e(\overline{G}) \geq 10$.
9. Legyen G egy 20 csúcsú egyszerű gráf, amelyben minden pont foka 8. Legyen v a G egy tetszőleges csúcsa és jelölje $G - v$ azt a gráfot, amelyet G -ből a v (és az összes v -re illeszkedő él) törlésével kapunk. Bizonyítsuk be, hogy $\chi_e(G - v) = \chi_e(G)$.
10. Legyen G olyan 3-reguláris egyszerű gráf, melyben van elvágó él (azaz olyan él, melyet elhagyva a gráf szétesik). Mutassuk meg, hogy ekkor $\chi_e(G) = 4$.

11. Adjunk meg egy maximális folyamot az alábbi hálózatban.



12. Növeljük a megadott folyamot, ha ez lehetséges!

