

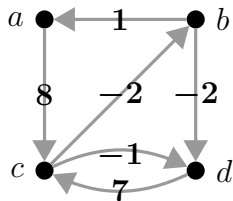
# Bellman–Ford-algoritmus

## BEVEZETÉS A SZÁMÍTÁSELMÉLETBE 2

### 13. gyakorlat

2023.

1. Határozzuk meg az alábbi gráfban a Bellman–Ford-algoritmussal az  $a$  csúsból az összes többibe menő legrövidebb út hosszát.



Változtassuk meg a  $dc$  él súlyát 7-ről 3-ra és futtassuk így is a fenti algoritmust.

2. Legyen  $G = (V, E)$  egy  $n$ -csúcsú,  $m$ -élű, élsúlyozott, irányított gráf, és legyen  $r \in V$  a  $G$  egy csúcsa. Tegyük fel, hogy  $G$  nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá azt, hogy a  $G$ -beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljunk  $m$ -mel (azaz a gráf élszámával) arányos költségű módszert az  $r$  csúsból a gráf összes további csúcsába vivő legrövidebb utak hosszának meghatározására.
3. Forintot szeretnénk különféle valutákra átváltani. Külföldön élő ismerőseink révén nem csak forintot, hanem számos más valutát is közvetlenül át tudunk váltani bizonyos valutákra. A cél, hogy esetleg ilyen átváltások felhasználásával minél jobb árfolyamot érzünk el a forintunk konverziója során. E célból elkészítettünk egy irányított gráfot, aminek a csúcsai az egyes valutáknak, az élek pedig az egyes közvetlen tranzakcióknak felelnek meg. Minden  $uv$  élhez ismert az adott váltásnál alkalmazott árfolyam, azaz, hogy hány egységet kell fizetnünk az  $u$  pénznemben a  $v$  pénznem egy egységéért. Adjunk hatékony módszert arra, hogy meghatározzuk, legfeljebb mennyit kaphatunk az egyes valutákból 1 Ft-ért, illetve határozzuk meg azt is, milyen átváltásokat kell ehhez végeznünk.
4. Legyen  $G = (V, E)$  egy  $n$ -csúcsú,  $m$ -élű, élsúlyozott, irányított gráf, amely nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört. Adjunk dinamikus programozást alkalmazó algoritmust  $G$  bármely két csúcsa közötti legrövidebb utak meghatározására az alábbi részfeladatok felhasználásával: tetszőleges  $i, j, k \in \{1, 2, \dots, n\}$  esetén  $F_k[i, j]$  jelölje az  $i$ -edik csúcsból a  $j$ -edik csúcsba vezető legrövidebb olyan út hosszát, mely belső csúcsként csak az első  $k$  darab csúcsot használhatja. Mi az algoritmus lépésszáma?