

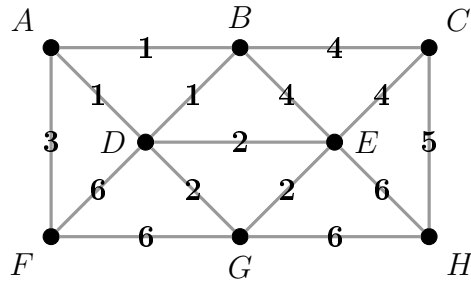
Minimale Spannbäume

GRUNDLAGEN DER THEORETISCHEN INFORMATIK

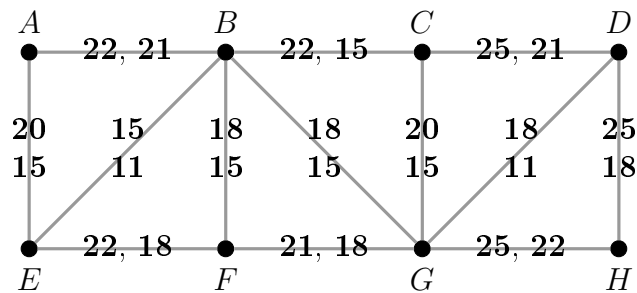
Übung 3

2021

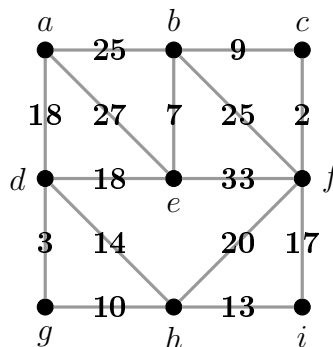
1. (a) Bestimmen Sie einen minimalen Spannbaum des folgenden Graphen!
- (b) Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Ausgaben des Algorithmus von Kruskal auf diesem Graphen!



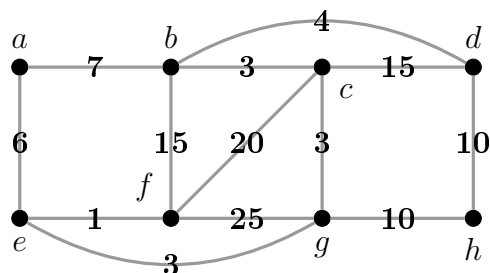
2. In dem Straßennetz einer Stadt müssen einige Straßenabschnitte erneuert werden; jede Kante des folgenden Graphen entspricht einem solchen Straßenabschnitt. Jeder Kante sind zwei Zahlen zugeordnet: Die kleinere ist die Kosten der einfachen Erneuerung, und die größere ist die Kosten der Erneuerung mit Radwegbau. Die Bauarbeiten sollen so durchgeführt werden, dass jeder Straßenabschnitt erneuert wird und ein zusammenhängendes Radwegenetz ausgebaut wird. Erarbeiten Sie einen kostengünstigsten Renovierungsplan.



3. Zu dem folgenden Graphen G wird eine Kante zwischen e und h hinzugefügt. Bestimmen Sie alle möglichen (nichtnegativen) Kosten der neuen Kante, sodass diese in einem minimalen Spannbaum des so erhaltenen Graphen enthalten ist.



4. Bestimmen Sie die Kosten eines die Kante bf enthaltenden Spannbaums des folgenden Graphen, dessen Kosten unter allen solchen Spann­bäumen minimal ist.



5. Die Regierung von Absurdistan hat eine Ausschreibung für ein Projekt veröffentlicht, in dem n Gemeinden Zugang zu der lokalen Wasserversorgung erhalten sollen. Jedes Angebot enthält die Kosten einer Wasserleitung, die zwischen zwei Gemeinden oder zwischen einer Gemeinde und dem Wasserwerk neu gebaut werden kann. Die Regierung wählt die neu zu bauenden Wasserleitungen und die diese bauenden Bauunternehmen so aus, dass das ganze Projekt am kostengünstigsten durchgeführt wird. Durch fragwürdige Machenschaften kann unsere Firma die Wasserleitung zwischen Rátót und Piripócs sehr günstig bauen. Überdies hat unser Kontakt im Ministerium, Mutyi bácsi, uns alle angekommenen Angebote anvertraut. Wie sollen wir unser Angebot auspreisen, um am meisten Geld zu kassieren?
6. Beweisen Sie, dass der minimale Spannbaum eines Graphen, dessen Kantenkosten untereinander wohlunterschieden sind, eindeutig ist.
7. Beweisen Sie, dass jeder minimale Spannbaum eines kantengewichteten Graphen als Ausgabe des Algorithmus von Kruskal entstehen kann.
8. Sei G ein ungerichteter, kantengewichteter Graph und e eine Kante von G . Angenommen, das Gewicht von e ist gleich 11 bzw. 77, dann sind die Kosten des minimalen Spannbaums 1956 bzw. 1989. Bestimmen Sie die Kosten des minimalen Spannbaums für den Fall, dass das Gewicht von e gleich 42 ist.