Breitensuche, kürzeste Wege

Grundlagen der theoretischen Informatik

Übung 4

2021

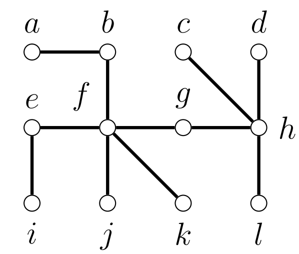
1. Sei G ein ungerichteter Graph mit der folgenden Adjazenzliste.

$$\boldsymbol{a}: b, c; \quad \boldsymbol{b}: a, d; \quad \boldsymbol{c}: a, d; \quad \boldsymbol{d}: b, c, e, f;$$
$$\boldsymbol{e}: d, f, g; \quad \boldsymbol{f}: d, e, g, h; \quad \boldsymbol{g}: e, f, h; \quad \boldsymbol{h}: f, g$$

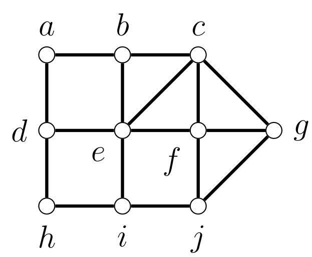
   (a) Bestimmen Sie einen Spannbaum (oder einen Spannwald) von G mittels Breitensuche mit Startknoten a!

   (b) Bestimmen Sie die Distanzen aller Knoten zu a!

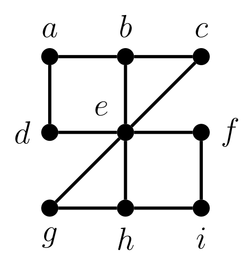
2. Unten ist ein Breitensuchbaum eines Graphen G dargestellt. Bestimmen Sie die Knoten, an denen die Breitensuche beginnen konnte, vorausgesetzt, dass die Knoten b und c in dem Graphen G benachbart sind.



3. Eine Breitensuche wird in dem folgenden Graphen von dem Knoten e gestartet werden. Bestimmen Sie die maximale Anzahl der Querkanten!

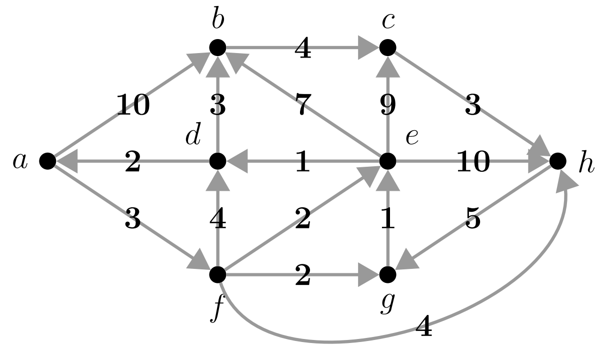


4. Bestimmen Sie einen Breitensuchbaum von G mittels Breitensuche beginnend von dem Knoten d. Kann eine Breitensuche mit Startknoten d so ausgeführt werden, dass die Kante bc eine Baumkante ist?



5. Im Schlumpfdorf ist eine neue Seuche ausgebrochen. Glücklicherweise heilen sich die Schlümpfe innerhalb eines Tages selbst und sind am nächsten Tag immun, jedoch können sie sich danach erneut infizieren. Auch wenn sie krank sind, besuchen die Schlümpfe an jedem einzelnen Tag alle ihre Freunde. Wenn aber ein kranker und ein nicht immuner Schlumpf sich treffen, infiziert sich der Gesunde. Beweisen Sie, dass die Seuche am 101. Tag vorbei ist, vorausgesetzt, dass 100 Schlümpfe im Schlumpfdorf wohnen.

6. Bestimmen Sie die kürzesten Wege von dem Knoten a zu allen anderen Knoten in dem folgenden Graphen mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra!



7. Sei G der vollständige Graph auf der Knotenmenge $\{v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$ und für alle $i, j \in \{4, 5, \ldots, 8\}$ sei $l(v_i v_j) = \frac{4}{(i,j)}$ das Gewicht der Kante $v_i v_j$. Bestimmen Sie die kürzesten Wege von dem Knoten v_4 zu allen anderen Knoten im Graphen G. Kann das Gewicht der Kante $v_7 v_8$ so ersetzt werden, dass die Distanz zwischen v_4 und v_7 gleich 3 wird?

8. Gegeben ist die folgende Tabelle, die eine Ausführung des Algorithmus von Dijkstra auf einem ungerichteten Graphen darstellt.

   (a) Bestimmen Sie die Reihenfolge der Knoten, in der sie während der Ausführung des Algorithmus in die Menge F (wie "Fertig") aufgenommen werden.

   (b) Bestimmen Sie den dazugehörigen Kürzeste-Wege-Baum.

   (c) Bestimmen Sie das Gewicht der Kante ac.

a	b	c	d	e
∞	∞	∞	0	∞
42	24	7	0	∞
33	16	7	0	77
24	16	7	0	18
22	16	7	0	18

9. Gegeben ist der folgende gewichtete, gerichtete Graph G. Hat der Graph G in ungerichteter Form einen Spannbaum, dessen Kanten in G so gerichtet sind, dass er für jeden Knoten x einen kürzesten Weg von x zu c enthält?