

Flüsse in Netzwerken

GRUNDLAGEN DER THEORETISCHEN INFORMATIK

Übung 9

2021

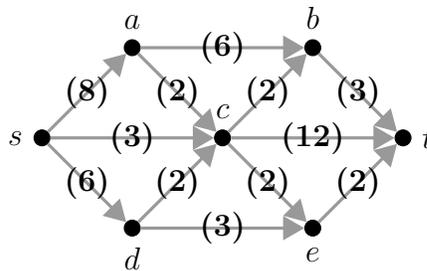
Satz.

In einem Netzwerk (G, s, t, c) ist der Wert eines s - t -Flusses höchstens so groß, wie die Kapazität eines s - t -Schnittes.

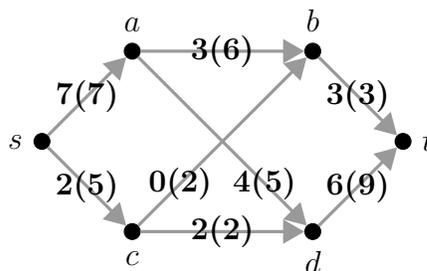
Satz von Ford und Fulkerson (Max-Flow-Min-Cut-Theorem).

In einem Netzwerk (G, s, t, c) ist der maximale Wert eines s - t -Flusses gleich der minimalen Kapazität eines s - t -Schnittes.

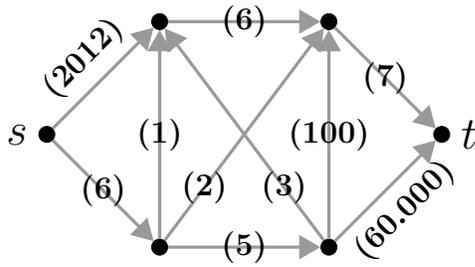
- (a) Bestimmen Sie einen maximalen s - t -Fluss in dem folgenden Netzwerk.
(b) Bestimmen Sie die Kapazität des s - t -Schnittes $\{s, a, d, e\}$.
(c) Bestimmen Sie einen minimalen s - t -Schnitt.



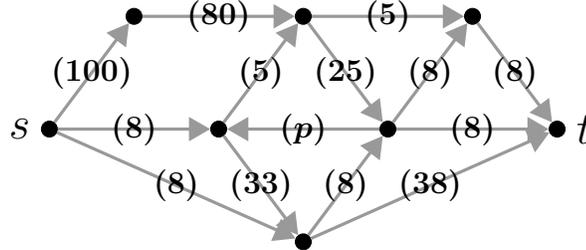
- Augmentieren Sie den folgenden Fluss, wenn es möglich ist, oder zeigen Sie, dass er ein maximaler Fluss ist.



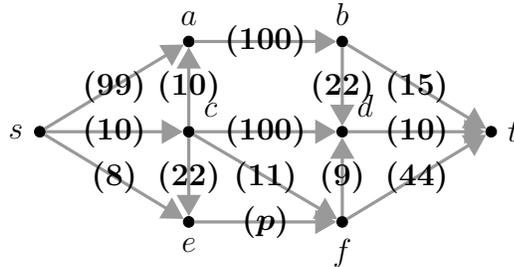
- Gegeben ist das folgende Netzwerk (G, s, t, c) .
 - Beweisen Sie, dass der Wert des maximalen s - t -Flusses gleich 12 ist.
 - Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Die Kapazität einer Kante kann so ersetzt werden, dass der Wert des maximalen s - t -Flusses gleich 13 wird.
 - Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Die Kapazität einer Kante kann so ersetzt werden, dass der Wert des maximalen s - t -Flusses gleich 14 wird.



4. Gegeben ist das folgende Netzwerk (G, s, t, c) . Bestimmen Sie die Werte des Parameters $p \in \mathbb{R}_0^+$, für die der Wert des maximalen s - t -Flusses maximal ist.



5. Gegeben ist das folgende Netzwerk (G, s, t, c) . Bestimmen Sie die Werte des Parameters $p \in \mathbb{R}_0^+$, für die der Wert des maximalen s - t -Flusses gleich 42 ist.



6. Gegeben sind ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Kapazitätsfunktion $c : E \rightarrow \mathbb{R}_0^+$. Beweisen Sie die folgende Aussage: Wenn es Knoten $s, t, w \in V$ und eine Zahl $m \in \mathbb{R}_0^+$ gibt, sodass es einen s - t -Fluss mit (dem?) Wert m und einen t - w -Fluss mit Wert m gibt, dann gibt es auch einen s - w -Fluss mit Wert m .

7. Sei (G, s, t, c) ein Netzwerk, in dem jede Kante entweder rot, weiß oder grün ist. Wenn man nur die roten und weißen, oder nur die roten und grünen, oder nur die weißen und grünen Kanten betrachtet, sind in den so erhaltenen Netzwerken die Werte der maximalen s - t -Flüsse gleich 10. Beweisen Sie, dass in dem ganzen Netzwerk der Wert des maximalen s - t -Flusses gleich 15 ist.

8. Die Bruderschaft der Dunkelheit beabsichtigt, einen Angriffsplan gegen die Basis des Jedi-Konzils auszuführen: Die Sith wollen in dem folgenden Graphen von dem Knoten s entlang der gerichteten Kanten die Basis t erreichen. Die zu den Kanten gehörigen Zahlen entsprechen der Anzahl der Jedi, die zum Aufhalten der Sith entlang der entsprechenden Kante benötigt werden. Bestimmen Sie die minimale Anzahl von Jedi, die die Basis beschützen können.

