

Mélységi bejárás
Adatstruktúrák és algoritmusok
11. gyakorlat

1. Éllistákkal adottak az alábbi G_1 és G_2 irányított gráfok.

$G_1 : a : b, c; b : d; c : d; d : e; e : a$

$G_2 : a : g, f; b : a, g; e : c, d; f : e; g : f, e$

- (a) Döntsük el mélységi bejárás segítségével, hogy ezek a gráfok DAG-ok-e?
- (b) Amelyik gráf DAG, abban adjunk meg egy topologikus sorrendet.

2. A 6 pontú irányított G gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w . A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, illetve a befejezési számok a következők. $x : 1, 6; y : 2, 4; z : 6, 5; u : 3, 3; v : 4, 1; w : 5, 2$. Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit.

3. Éllistával adott egy n pontú, e élű irányított gráf. Azt szeretnénk tudni, hogy van-e benne olyan minden pontot tartalmazó részgráf, ami egy, a gyökerétől a levelek felé irányított fa. Adjunk $O(ne + n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami ha van, talál egy ilyen részgráfot.

4. Bizonyítsuk be, hogy minden $G = (V, E)$ irányított gráf felbontható két DAG-ra; pontosabban az élhalmazának van olyan E_1, E_2 partíciója ($E = E_1 \cup E_2$ és $E_1 \cap E_2 = \emptyset$), hogy a $G_1 = (V, E_1)$ és a $G_2 = (V, E_2)$ gráfok DAG-ok!

5. Van b darab borítékunk, az i -ediknek a hossza h_i , a magassága m_i . Az i -edik borítékba akkor tudjuk berakni a j -edik borítékot, ha $h_j < h_i$ és $m_j < m_i$ is teljesül (nem forgatjuk és nem is hajtogatjuk a borítékokat). Célunk, hogy minél hosszabb olyan láncot alakítsunk ki, hogy az i -edikben benne van a j -edik, abban a k -adik, stb. Legyen adott egy $L > 0$ egész és a h_i és m_i számok. Hogyan lehet $O(b^2)$ lépésben eldönteni, hogy kialakítható-e a borítékokból egy L hosszú lánc?

6. Egy falutörténet írója n korábbi lakosról gyűjtött információkat. A kérdésekre kapott válaszok a következő típusúak voltak.

- S_i személy meghalt S_j születése előtt;
- S_i személy élete során született S_j ;
- S_i személy korábban született, mint S_j ;
- S_i korábban halt meg, mint S_j .

Egy S_i, S_j párra nem biztos, hogy szerepel minden választípus, és olyan pár is lehet, amely egyetlen válaszban sem szerepel együtt. Mivel az emberek időnként rosszul emlékeznek, nem biztos, hogy minden információ helyes. Adjon algoritmust, amivel k db fenti típusú válaszból $O(n+k)$ lépésben eldönthető, hogy van-e közöttük ellentmondás.