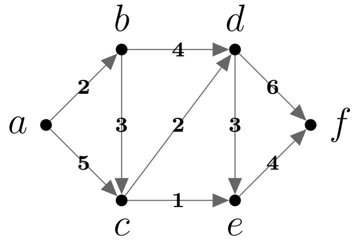
Mélységi bejárás, PERT módszer, Bellman–Ford-algoritmus

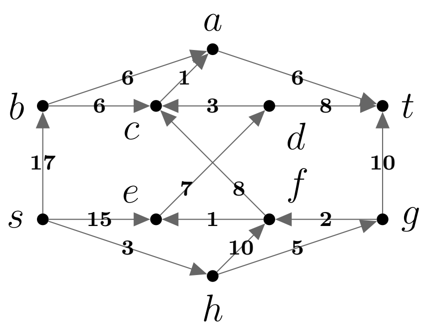
Adatstruktúrák és algoritmusok
12. gyakorlat

1. Határozzuk meg az alábbi gráfban az a csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb, illetve leghosszabb utat!

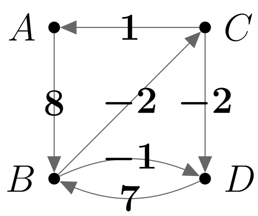


2. Határozzuk meg a következő gráfok által szemléltetett tevékenységhez szükséges időt!

3. Határozzuk meg az ábrán látható PERT probléma legrövidebb végrehajtási idejét, és állapítsuk meg, mik a kritikus tevékenységek.



4. Határozzuk meg az alábbi gráfban a Bellman–Ford-algoritmussal az A csúcsból az összes többibe menő legrövidebb út hosszát!



5. Egy irányított gráf csúcshalmaza A, B, C, D, E, F, az élek és súlyaik pedig $s(A,B) = 2$, $s(A,C) = 7$, $s(A,D) = 3$, $s(A,F) = 6$, $s(C,E) = 3$, $s(D,B) = -2$, $s(D,C) = -4$, $s(D,E) = -2$, $s(E,F) = 4$. Futassuk ezen a gráfon a Bellman–Ford-algoritmust az A csúcsból vezető legrövidebb utak hosszának meghatározására.

6. Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb tornyot szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban n akrobata van, adott mindegyikük magassága és súlya. Adjon algoritmust, amely $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását.

7. Egy adott időszakra több megbizatást is kaphatnánk. Mindegyik megbizatás olyan munkát jelent, ami néhány egymást követő napot foglal le. Adott, hogy melyik megbizatás melyik nap kezdődik és meddig tart. Továbbá adott mindegyikhez, hogy mennyi pénzt keresnénk vele. Célunk, hogy összesen minél többet keressünk úgy, hogy akár több megbizatást is elvállalunk, ha ezeket különböző napokon kell elvégezni.

   (a) Írja le a fenti feladatot egy gráfelméleti feladatként! (Mi a gráf, mi a feladat?)

   (b) Melyik tanult algoritmussal lehet a feladatot megoldani?

8. Legyen $G = (V, E)$ szomszédossági mátrixával adott n pontú, súlyozott élű irányított gráf. Tegyük fel, hogy G nem tartalmaz negatív összsúlyú irányított kört, továbbá azt, hogy a G-beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljunk $O(n^2)$ költségű módszert az $1 \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának meghatározására.