Gyakorlás

Adatstruktúrák és algoritmusok
9. gyakorlat

1. Legyen $f(n) = 2n\sqrt{n} + 3n^2 + 10n(\log_2 n)^3$. Mely d pozitív egész számokra teljesül, hogy $f(n) = O(n^d)$?

2. Az alábbi függvényeket rendezzük olyan sorba, hogy ha f_i után közvetlenül f_j következik a sorban, akkor $f_i(n) = O\big(f_j(n)\big)$ teljesüljön!

$$f_1(n) = \frac{1}{100} n^2 \log_2 n, \qquad f_2(n) = 10^{10} \log_2^3 n - 100 \log_2 n, \qquad f_3(n) = 8^{\log_2 n}.$$

3. Bizonyítsuk be, hogy ha f_1, f_2, g pozitív függvények, valamint $f_1(n) = \Theta\big(g(n)\big)$ és $f_2(n) = \Theta\big(g(n)\big)$, akkor $f_1(n) + f_2(n) = \Theta\big(g(n)\big)$.

4. Legyen $f(n) = 1 \cdot (n-1) + 2 \cdot (n-2) + 3 \cdot (n-3) + \ldots + (n-2) \cdot 2 + (n-1) \cdot 1$. Igaz-e, hogy $f(n) = O(n^3)$, és igaz-e, hogy $f(n) = O(n)$?

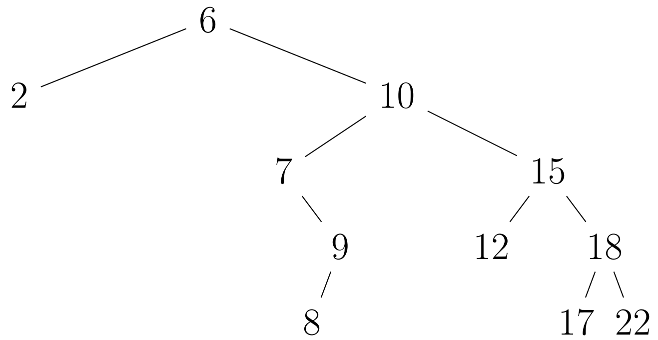
5. Az $A[1:n]$ rendezett tömb egy tetszőleges elemét valaki módosította. Adjunk $O(n)$ idejű algoritmust az új tömb rendezésére.

6. Az $A[1:n]$ rendezett tömb minden második eleméhez valaki hozzáadott 100-at. Adjunk $O(n)$ idejű algoritmust az új tömb rendezésére.

7. Rendezzük az 5, 2, 3, 4, 10, 7, 1, 8 tömböt (a) beszúrásos, (b) összefésüléses, (c) gyorsrendezéssel! Hány összehasonlítást végeztünk?

8. Rendezzük a *cab*, *abb*, *cca*, *bcb*, *cbc*, *aac*, *bac* elemeket radix rendezéssel.

9. Az alábbi bináris keresőfán hajtsuk végre a BESZÚR(14) és utána a TÖRÖL(10) műveleteket!



10. Egy bináris fa csúcsai 0 és 9 közötti egész számokkal vannak megcímkézve. Az inorder bejárás során a címkék sorrendje: 9, 3, 1, 0, 4, 2, 7, 6, 8, 5, a postorder bejárásnál pedig 9, 1, 4, 0, 3, x, 7, 5, y, 2. Mi lehet az x és mi az y?

11. Egy 2-3-fában az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat tároljuk. Hogyan nézhet ki a fa, ha tudjuk, hogy az 1 szám a fa gyökeréből két lépésben érhető el? Hogyan változik a fa, ha beszúrjuk a 0 számot, utána töröljük a 3-at, majd a 2-t?

12. Az [1,178] intervallum összes egészei egy 2-3 fában helyezkednek el. Tudjuk, hogy a gyökérben két kulcs van, és az első kulcs a 17. Mi lehet a második? Miért?

13. Az alábbi 7 méretű hash-táblánál lineáris próbát és a $h(x) = x \pmod 7$ hash-függvényt használjuk. A *-ok azokat a helyeket jelölik, ahonnan korábban már töröltünk elemet. Szúrjuk be a 13-as elemet a táblába! Hol ér véget ezután a KERES(6) művelet?

*	71		24	*	*	20

14. Az alábbi hash-táblában kitöröljük a 11-et, majd beszúrunk egy számot és eközben k ütközés történik. Mekkora lehet a k legnagyobb értéke, ha lineáris próbát használunk?

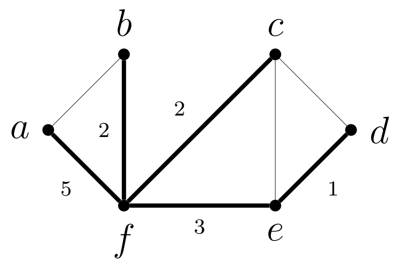
11	12		2	4	16	6			9	10

15. Hány olyan páronként nem izomorf, 6 pontú, összefüggő, egyszerű gráf létezik, melyben két másodfokú és négy harmadfokú pont van?

16. Egy fának 8 csúcsa van, fokszámai pedig kétfélék. Mi lehet ez a két szám?

17. A 6 csúcsú G gráf hurokélet nem, de többszörös éleket tartalmazhat. Tudjuk, hogy G bármely két csúcsának a foka különböző. Minimálisan hány éle van G-nek?

18. Az ábrán látható G gráfnak megjelöltük egy F feszítőfáját és a feszítőfa éleinek súlyait. Határozzuk meg, mennyi lehet a G gráf feszítőfán kívüli éleinek minimális összsúlya akkor, ha F minimális súlyú feszítőfája G-nek.



19. Egy súlyozott gráf éllistája a következő bejegyzésekből áll:

$$\begin{array}{lll} \boldsymbol{a}\colon b(1), e(x), f(7); & \boldsymbol{b}\colon a(1), c(3), f(y); & \boldsymbol{c}\colon b(3), d(1), e(4); \\ \boldsymbol{d}\colon c(1), e(2); & \boldsymbol{e}\colon a(x), c(4), d(2), f(5); & \boldsymbol{f}\colon a(7), b(y), e(5). \end{array}$$

Határozzuk meg az x és y súlyok összes lehetséges értékét, ha tudjuk, hogy minden súly egész szám és a minimális feszítőfát meghatározó Prim-algoritmus az a csúcsból indítva sorrendben az ab, ae, bc, cd, bf éleket választja ki.

Adatstruktúrák és algoritmusok pótzárthelyi

2015.

1. Legyen $f(n) = 3 \cdot n! + 8 \cdot \log_2 n$ és $g(n) = n^2 + 5 \cdot 2^n$. Igaz-e, hogy $f(n) = \Omega\big(g(n)\big)$?

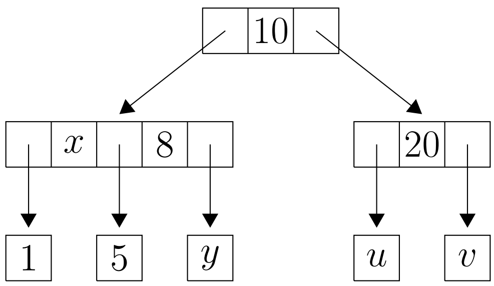
2. Az n elemű A tömbben csupa különböző pozitív egész számot tárolunk. Hogyan lehet $O(n)$ lépésben meghatározni a legnagyobb olyan b számot, amely előáll két különböző A-beli elem összegeként?

3. Az n elemű B tömbben egész számokat tárolunk, ugyanaz az elem többször is szerepelhet. Adjunk algoritmust, amivel $O(n \log n)$ lépésben meg tudjuk határozni az összes olyan számot, amelyik egynél többször fordul elő a tömbben!

4. Egy kezdetben üres bináris keresőfába az adott sorrendben szúrjuk be az 1, 8, 7, 2, 3, 4, 12, 9, 10 elemeket, majd hajtsuk végre a TÖRÖL(8) műveletet!

5. A bináris keresőfa adatszerkezetet úgy akarjuk módosítani, hogy a fa minden csúcsában az ott tárolt elem mellett azt is nyilvántartjuk, hogy az adott csúcshoz tartozó részfában összesen hány csúcs van. Írjuk le, hogy ehhez hogyan kell módosítani a bináris keresőfa BESZÚR és TÖRÖL eljárását, hogy ezeket a számok minden műveletnél megfelelő módon frissüljenek.

6. Az alábbi 2-3 fában mi lehet x, y, u és v értéke és miért?



7. Nyitott címzésű hasheléssel a $h(k) = k \pmod{11}$ hash-függvényt használva szúrjuk be egy kezdetben üres 11 méretű táblába az alábbi kulcsokat! Az ütközések feloldására kettős hashelést alkalmazzunk, ehhez a második hash-függvény legyen $h'(k) = 1 + \big(k \pmod{()10}\big)$. A beszúrandó kulcsok: 12, 1, 22, 8, 56. Minden lépés után rajzoljuk le a tábla állapotát!

8. Hány olyan egymással nem izomorf, 4 csúcsú, egyszerű gráf van, melyben van 3 csúcsot tartalmazó út, de nincs 4 csúcsot tartalmazó.