Keresés, rendezés

Adatstruktúrák és algoritmusok
3. gyakorlat

2015. február 20.

1. Az $A[1:n]$ tömbben levő elemekről tudjuk, hogy $A[1] \neq A[n]$. Adjon $O(\log n)$ összehasonlítást használó algoritmust, amely talál egy olyan i indexet, hogy $A[i] \neq A[i+1]$.
2. Rendezzük a következő listát beszúrásos rendezés és összefésüléses rendezés segítségével: 4, 11, 9, 10, 5, 6, 8, 1, 2, 16. Pontosan hány összehasonlításra van szükség az eljárások során?
3. Rendezzük az $A[1:7]$ tömböt ládarendezéssel, ha azt tudjuk, hogy az elemei 0 és 9 közötti egész számok. $A:$ | 5 | 3 | 1 | 5 | 6 | 9 | 6 |
4. Adjunk $O(n)$ időigényű algoritmust n olyan egész számból álló sorozat rendezésére, melynek elemei az $\{1, \ldots, 3n\}$ tartományba esnek!
5. Az $A[1:n]$ tömbben egész számokat tárolunk, ugyanaz az elem többször is szerepelhet. Határozzuk meg $O(n \log n)$ lépésben az összes olyan számot, amelyik egynél többször fordul elő a tömbben.
6. Egy tömbben n elemet tárolunk. Adjunk olyan eljárást, ami $O(n \log n)$ összehasonlítást használ annak eldöntésére, hogy az n elem között található-e kettő, amiknek az összege egy előre meghatározott b szám.
7. Adott egy n különböző valós számot tartalmazó A tömb, valamint egy k szám. Adjon $O(n^2 \log n)$ lépésszámú algoritmust, amely keres három (nem feltétlenül különböző) elemet A-ban, melyek összege éppen k.
8. Az n elemű A tömb különböző egész számokat tartalmaz. Szeretnénk eldönteni, hogy van-e a tömbben 100 olyan elem, melyekre igaz, hogy bármely kettő különbsége legfeljebb 2012. Adjon algoritmust, amely $O(n \log n)$ lépésben eldönti ezt a kérdést!

---

1. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges $a > 1$ esetén $\log_a n = \Theta(\log_2 n)$.
2. Bizonyítsuk be, hogy $3^n \neq O(2^n)$.