Keresés, rendezés, gráfelméleti alapfogalmak

3. gyakorlat

2011. szeptember 20.

1. Gondoltam egy számot 0 és 31 között. Nyilván ki lehet barkochbázni 5 kérdéssel. Adjunk meg előre 5 kérdést úgy, hogy az azokra adott válaszokból kitalálható legyen a gondolt szám!
2. Adott az $A[1:n]$ csupa különböző egész számot növekvő sorrendben tartalmazó tömb. Adjunk hatékony algoritmust egy olyan i index meghatározására, melyre $A[i] = i$, feltéve, hogy van ilyen i. Igyekezzünk minél kevesebb elem megvizsgálásával megoldani a feladatot!
3. Rendezzük a következő listát beszúrásos rendezés és összefésüléses rendezés segítségével: $4, 11, 9, 10, 5, 6, 8, 1, 2, 16$.
4. Rendezzük a $7, 3, 12, 1, 5$ tömböt buborékrendezéssel.
5. Rendezzük az $A[1:7]$ tömböt ládarendezéssel, ha azt tudjuk, hogy az elemei 0 és 9 közötti egész számok: $A:$ | 5 | 3 | 1 | 5 | 6 | 9 | 6 |
6. A | 6 | 4 | 8 | 3 | 7 | 2 | 5 | 1 | tömb rendezése során (a rendező algoritmus néhány lépése után) a következő közbülső állapot jött létre: | 4 | 6 | 3 | 8 | 7 | 2 | 5 | 1 |. Az alább felsorolt módszerek közül mely(ek) alkalmazásakor fordulhatott ez elő?
   (a) beszúrásos rendezés (a maradék még rendezetlen lista a rendezett rész végéhez van fűzve),
   (b) buborékrendezés,
   (c) összefésüléses rendezés,
   (d) gyorsrendezés.
7. Az $A[1:n]$ tömbben egész számokat tárolunk, ugyanaz az elem többször is szerepelhet. Határozzuk meg $c \cdot n \log_2 n$ lépésben az összes olyan számot, amelyik egynél többször fordul elő a tömbben.
8. Egy tömbben n elemet tárolunk. Adjunk olyan eljárást, ami $c \cdot n \log_2 n$ összehasonlítást használ annak eldöntésére, hogy az n elem között található-e kettő, amiknek az összege egy előre meghatározott b szám.
9. Egy csupa különböző egészekből álló sorozat bitonikus, ha először nő, utána pedig fogy, vagy fordítva: először fogy, utána nő. Adjunk $c \cdot n$ összehasonlítást használó rendező algoritmust n elemű bitonikus sorozatok rendezésére!
10. Legyen A egy egyszerű irányítatlan gáf szomszédossági mátrixa. Mutassuk meg, hogy ha az A^2 mátrix főátlóbeli elemeit összeadjuk, akkor páros számot kapunk!
11. Legyen G egy egyszerű irányítatlan gráf és A a szomszédossági mátrixa. Mutassuk meg, hogy az A^3 mátrix főátlóbeli elemeinek összege a G-beli háromszögek számának hatszorosa!
12. Legyen A az n csúcsú, egyszerű G gráf szomszédossági mátrixa. Mutassuk meg, hogy ha az $A^2 + A$ mátrix minden eleme pozitív, akkor a G gráf összefüggő!
13. Hány 50 csúcsú 1223 élű lényegesen különböző egyszerű gráf létezik?
14. Van olyan G gráf, melyben minden csúcs foka különböző? És ha a gráf egyszerű?
15. Döntsük el, van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok foka rendre 1, 2, 2, 3, 3, 3 ill. 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4 ill. 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7 ill. 1, 3, 3, 4, 5, 6, 6.
16. Mi lehet a G gráf, ha $\Delta(G) \leq 2$? ($\Delta(G)$ a G gráf maximális fokszámát jelöli.)
17. Mutassunk a komplementerével izomorf 5-, ill. 6-pontú gráfot!
18. Bizonyítsuk be, hogy minden 2-nél nagyobb páros n-re van n csúcsú egyszerű, összefüggő, 3-reguláris gráf!