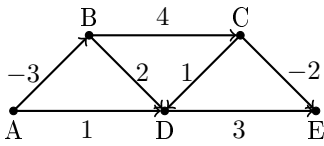


Legrövidebb utak keresése, folyamok

5. gyakorlat

2011. október 4.

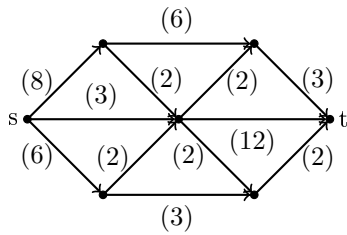
- Adott a G irányítatlan gráf a következő éllistával: **a**: b, c; **b**: a, d; **c**: a, d; **d**: b, c, e, f; **e**: d, f, g; **f**: d, e, g, h; **g**: e, f, h; **h**: f, g. Keressünk G -ben a -ból kiinduló szélességi feszítőfát! Mennyi lesz a csúcsok a -tól való távolsága?
- Határozzuk meg az A csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát az alábbi gráfban a Bellman-Ford algoritmussal, illetve Floyd módszerével az összes pontpárra a legrövidebb út hosszát!



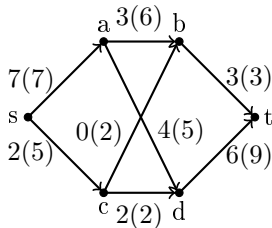
- Egy irányított gráf csúcshalmaza $\{a, b, c, d, e, f\}$, az élek és súlyaik pedig az alábbiak: $s(a, b) = 5$, $s(a, e) = 6$, $s(b, c) = 4$, $s(b, d) = 6$, $s(c, a) = 3$, $s(c, d) = 1$, $s(d, e) = 2$, $s(e, c) = 2$, $s(e, f) = 1$, $s(f, b) = 3$, $s(f, c) = 1$, $s(f, d) = 1$. Dijkstra módszerével határozza meg a -ból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát.
- Adjuk meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amelyekre az alábbi táblázat a Dijkstra-algoritmusból szereplő D tömb változásait mutathatja.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
0	2	6	∞	∞	7
0	2	5	9	∞	6
0	2	5	6	9	6
0	2	5	6	8	6
0	2	5	6	7	6

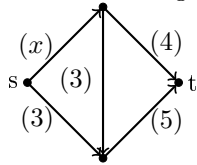
- Adjunk meg egy maximális folyamot az alábbi hálózatokban, és bizonyítsuk be, hogy nagyobb folyam nem lehetséges.



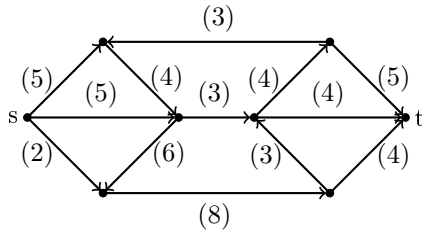
- Növeljük a megadott folyamot, ha ez lehetséges, vagy mutassuk meg, hogy ez már egy maximális folyam!



7. Határozzuk meg a nemnegatív valós x függvényében a maximális folyam értékét az alábbi hálózatban.



8. Találjunk az alábbi hálózatban minimális vágást!



Előző feladatsorról:

20. Bejárható-e az (a) 4×4 -es, (b) 3×5 -ös, (c) 3×6 -os sakktábla egy huszárral úgy, hogy minden mezőt pontosan egyszer érintünk?
21. A G egyszerű gráfnak $2n + 1$ csúcsa van és minden csúcsának legalább n a foka. Bizonyítsuk be, hogy G -ben van Hamilton-út!
22. Egy G egyszerű gráf csúcsait az $1, 2, \dots, 100$ számok jelölik. Az i és j csúcsok között pontosan akkor vezet él, ha $|i - j| \leq 2$. Tartalmaz G Hamilton-kört, illetve Hamilton-utat?
23. Egy $3 \times 3 \times 3$ méretű sajtókocka 27 kis kockából áll. Egy egér a kis kockákat egyesével tervezi elfogyasztani úgy, hogy egy kis kocka után mindig olyan következzen, amelyiknek éppen az elfogyasztottal van közös lapja. Az egér az egyik sarokból kezdi a lakomát.
 - (a) El tudja-e fogyasztani a teljes sajtót úgy, hogy utoljára olyan kockát fogyasszon, amelyiknek van közös lapja az elsővel?
 - (b) És úgy, hogy a középső -legfinomabb- kockánál fejezze be az evést?
24. Az $n \geq 3$ pontú K_n teljes gráfból töröltük egy feszítőfájának éleit, majd a feszítőfa élei közül visszaraktunk kettőt. Mutassuk meg, hogy az így nyert G gráf tartalmaz Hamilton-kört!
25. Egy 51 csúcsú összefüggő egyszerű gráfban egy csúcs foka 30, a többié 19.
 - (a) Bizonyítsuk be, hogy a gráf komplementerében van Hamilton-kör.
 - (b) Bizonyítsuk be, hogy az eredeti gráfhoz hozzá lehet venni 25 élet úgy, hogy a kapott gráf is egyszerű legyen, és legyen Euler-köre.
26. Mutassuk meg, hogy ha G egy 16 csúcsú 9-reguláris egyszerű gráf, akkor G -ből elhagyható 8 él úgy, hogy a maradék gráfnak legyen Euler-köre.