

Gyakorlás

6. gyakorlat

2011. október 11.

1. A le- és felszállás meggyorsítása érdekében a Balkáni Közlekedési Társaság 20 napon keresztül, kísérleti jelleggel egy új, ajtó nélküli villamost közlekedtet. A villamos vezetésére egyelőre csak 15 dolgozónak van képzése, azonban arra is vigyázni kell, hogy bármely négy egymást követő napon négy különböző dolgozó vezesse a kísérleti járművet. Hányféle lehet az említett 20 napon a kísérleti villamost vezetőik sorrendje?
2. Megadható-e 17 ponton három egymással izomorf G_1 , G_2 és G_3 gráf úgy, hogy bárhogy is választunk ki a 17 pont közül két különbözőt, az e pontokat összekötő élt a G_1 , G_2 és G_3 gráfok közül pontosan az egyik tartalmazza?
3. Tegyük fel, hogy az F fának 17 csúcsa van és bármely csúcsának fokszáma 4 vagy 1. Határozzuk meg, legalább hány élt kell F -be behúzni ahhoz, hogy a keletkező gráfnak legyen Euler körsétája!
4. Bizonyítsuk be, hogy n házaspár tagjai leültethetőek egy $2n$ személyes kerek asztal köré úgy, hogy mindenki mellett vagy a házastársa, vagy azonos nemű ismerőse, vagy olyan ellentétes nemű személy ül, akit nem ismer. (Tegyük fel, hogy ha valaki ismeri egy házaspár egyik tagját, akkor ismeri a másikat is, továbbá, hogy az ismeretség kölcsönös.)
5. Van egy 32 lapos, kártyacsomagunk, amiben a lapok sorban 1-től 32-ig vannak számozva. Az így rendezett csomagot középen szétválasztjuk két, 16 lapos csomagra, majd tetszőleges sorrendben, egyenként elvesszük a lapokat a két csomag tetejéről. Az elvett kártyákat (az elvétel sorrendjében) egymásra helyezve egy 32 lapos paklit képezzük. Hányféle lehet az így kapott kártyacsomagban a lapok sorrendje?
6. A K_6 gráf minden éléhez kiválasztunk 3 különböző számot az $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmazból. Bizonyítsuk be, hogy bárhogy is tesszük ezt, lesz két különböző él, amikhez ugyanazt a három számot választottuk.
7. Legfeljebb hány pontja lehet annak a 19 élű G gráfnak, amiben minden pont fokszáma legalább 3?
8. Igazoljuk, hogy minden legalább 3 csúcsú, összefüggő G gráfnak van olyan v pontja, amit törölve a $G - v$ gráf összefüggő marad.
9. A 15 fős képviselőtestület választásra 5 párt állít egy-egy 15 fős listát. A szavazást követően mindegyik párt a listája elejéről az elért eredményének megfelelő számú képviselőt küld a testületbe, úgy, hogy a testület összesen 15 fős legyen. Hányféle lehet a képviselőtestület összetétele a szavazás után?
10. Legyenek az F fa csúcsai az v_1, v_2, \dots, v_{10} , élei pedig $v_i v_{i+1}$, ha $1 \leq i \leq 4$ ill. $v_5 v_j$, ha $6 \leq j \leq 10$. Tegyük fel, hogy F a G egyszerű gráf v_1 -ből indított szélességi bejárásához tartozó fa. Legfeljebb hány éle lehet G -nek?
11. Legyenek a G irányítatlan gráf csúcsai az $1, 2, \dots, 100$ számok, az i és j csúcs között pedig akkor fusson él, ha $j < i$ esetén az $i - j$ szám 4-gyel osztva 1-et ad maradékul. Páros-e a G gráf?
12. A Cayley egyetem kombinatorika-kertészeti szakának első 3 félévében összesen 18 tárgyat kell elvégezni, minden félévben hatot. Az előtanulmányi rend szerint a *Fák* tárgyat a *Fesztőfák* tárgynál előbb kell felvenni, más megkötés nincs. Hányféleképp lehet felvenni a tárgyakat az egyes félévekben, feltéve, hogy minden felvett tárgyat már az adott félévben sikeresen teljesítenek a hallgatók?