

Élszínezés; Síkbarajzolható gráfok, dualitás, síkgráfok színezése, gyenge izomorfia; mélységi keresés, PERT

9. gyakorlat

2011. november 8.

Állítás: Minden G gráfra $\chi'(G) \geq \Delta(G)$.

Vizing-tétel: Minden G gráfra $\chi'(G) \leq \Delta(G) + 1$.

Euler-formula: Ha egy összefüggő síkgráfnak n csúcsa, e éle és t tartománya van, akkor teljesül rá, hogy $n - e + t = 2$.

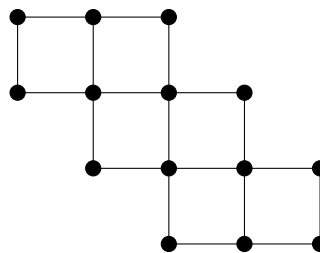
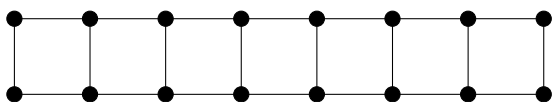
Állítás: Ha a G egyszerű síkgráfnak legalább 3 csúcsa van, akkor az előbbi jelölésekkel $e \leq 3n - 6$.

Kuratowski-tétel: Egy gráf akkor és csak akkor síkbarajzolható, ha nem tartalmaz olyan részgráfot, amely topologikusan izomorf $K_{3,3}$ -mal vagy K_5 -tel.

Definíció: Két gráfot gyengén izomorfnek nevezünk, ha éleik között kölcsönösen egyértelmű és körtartó leképezés hozható létre.

1. Mennyi a Petersen-gráf élkromatikus száma?
2. Legyen G egy 100-reguláris egyszerű gráf 2001 ponton. Határozzuk meg $\chi'(G)$ értékét.
3. Legyen G olyan 3-reguláris egyszerű gráf, melyben van elvágó él. Mutassuk meg, hogy ekkor $\chi'(G) = 4$.
4. Hány csúcsa van annak a síkgráfnak, amit három háromszög-, három négyszög- és egy ötszöglap határol?
5. Mutassuk meg, hogy ha $|V(G)| \geq 11$, akkor G és \overline{G} egyike biztosan nem síkgráf.
6. Egy mezőn k ház és k kút áll. Minden háztól pontosan 4 (különböző) kúthoz vezet (közvetlenül) út. Mutassuk meg, hogy biztosan van két olyan út, amelyek keresztezik egymást!
7. Síkbarajzolhatók-e a K_6 , $K_{4,2}$, $K_{4,3}$, $K_5 - e$, $K_{3,3} - e$, $\overline{C_7}$ gráfok?
8. Bizonyítsuk be, hogy minden egyszerű síkgráfban
 - (a) a minimális fokszám legfeljebb 5;
 - (b) ha a minimális fokszám 5, akkor legalább 12 ötödfokú csúcs van.
9. Van-e olyan egyszerű síkgráf, aminek feleannyi csúcsa van, mint a duálisának?

10. Gyengén izomorfak-e az alábbi gráfok?



11. Bizonyítsuk be, hogy két fa pontosan akkor gyengén izomorf, ha ugyanannyi csúcsuk van.

12. Mutassuk meg, hogy tetszőleges egyszerű síkgráf előáll, mint 2 páros gráf élhalmazának uniója.

13. Az éllistájával adott G irányított gráfot járjuk be mélységi bejárással, az a csúcsból indulva. Adjuk meg a mélységi és befejezési számokat és osztályozzuk a gráf éleit.

$G : a : b, c; c : d, e, f; d : f, g; e : b; g : h; h : d, b.$

14. Éllistájukkal adottak az alábbi G_1 és G_2 irányított gráfok.

$G_1 : a : b, c; b : d; c : d; d : e; e : a$

$G_2 : a : g, f; b : a, g; e : c, d; f : e; g : f, e$

(a) Döntsük el mélységi bejárás segítségével, hogy ezek a gráfok aciklikusak-e?

(b) Amelyik gráf aciklikus, abban adjunk meg egy topologikus sorrendet.

15. Határozzuk meg a következő gráfok által szemléltetett tevékenységhez szükséges időt!

