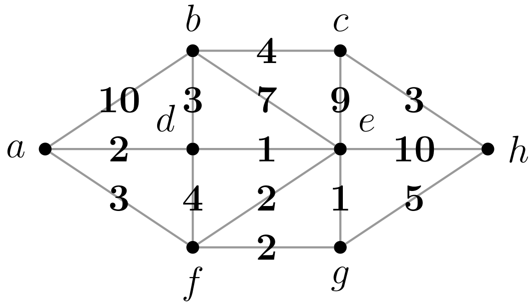
Legszélesebb utak keresése, mélységi keresés, PERT

A számítástudomány alapjai
5. gyakorlat

1. Határozzuk meg az alábbi gráfokban a módosított Kruskal-algoritmussal az a csúcsból az összes többi csúcsba vezető legszélesebb utakat!



2. Legyenek a 7 csúcsú G gráf pontjai $v_1, v_2, v_3, v_4, v_6, v_8$ és v_9, valamint akkor legyen v_i és v_j szomszédos, ha i és j relatív prímek. Ekkor a v_iv_j él szélessége $|i-j|$. Határozzunk meg a v_1 csúcsból minden más csúcsba egy-egy legszélesebb utat.

3. Éllistájukkal adottak az alábbi G_1 és G_2 irányított gráfok.

   $G_1:\ \boldsymbol{a}: b, c;\ \boldsymbol{b}: d;\ \boldsymbol{c}: d;\ \boldsymbol{d}: e;\ \boldsymbol{e}: a$

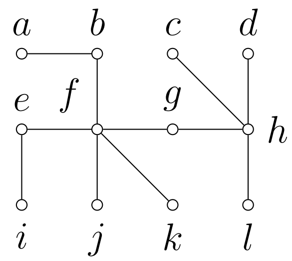
   $G_2:\ \boldsymbol{a}: g, f;\ \boldsymbol{b}: a, g;\ \boldsymbol{e}: c, d;\ \boldsymbol{f}: e;\ \boldsymbol{g}: f, e$

   (a) Döntsük el mélységi bejárás segítségével, hogy ezek a gráfok aciklikusak-e?

   (b) Amelyik gráf aciklikus, abban adjunk meg egy topologikus sorrendet.

4. Bizonyítsuk be, hogy minden $G=(V,E)$ irányított gráf felbontható két DAG-ra; pontosabban az élhalmazának van olyan E_1, E_2 partíciója ($E = E_1 \cup E_2$ és $E_1 \cap E_2 = \emptyset$), hogy a $G_1 = (V, E_1)$ és a $G_2 = (V, E_2)$ gráfok DAG-ok!

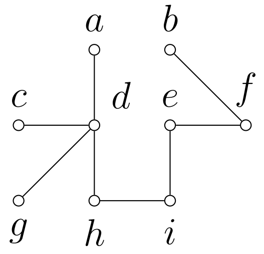
5. Az ábrán látható a G gráf egy mélységi fája. Honnan indulhatott a bejárás, ha tudjuk, hogy b és c, illetve a és e szomszédosak G-ben?



6. Igaz-e, hogy minden aciklikus, irányított G gráf csúcsainak pontosan egy topologikus sorrendje van?

7. Igaz-e, hogy ha egy n csúcsú, aciklikus, irányított G gráfban van egy $n-1$ élű irányított út, akkor G csúcsainak pontosan egy topologikus sorrendje van?

8. Tegyük fel, hogy az alábbi ábrán látható F fa a G gráfnak egyszerre a h-gyökerű BFS fája és a d-gyökerű DFS fája. Legfeljebb hány éle lehet G-nek?



9. Határozzuk meg az ábrán látható PERT problémák legrövidebb végrehajtási idejét, és állapítsuk meg, mik a kritikus tevékenységek, valamint a b tevékenység legkésőbbi olyan kezdési időpontját, amely mellett a teljes PERT feladat a lehető legrövidebb idő alatt végrehajtható?