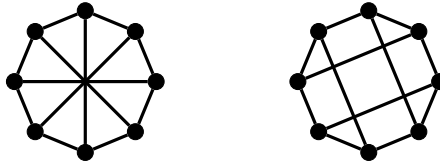


# A SZÁMÍTÁSTUDOMÁNY ALAPJAI

## Konzultáció

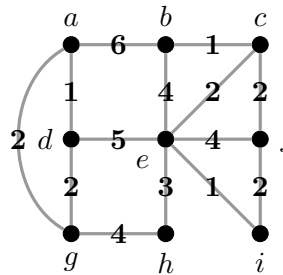
2023.

1. Egy  $G$  gráf pontjai legyenek egy kocka csúcsai és két pont akkor legyen szomszédos, ha a kockában a megfelelő csúcsok él mentén szomszédosak. Az alábbi két gráf közül melyek izomorfak  $G$ -vel?



I/17. Egy 100-csúcsú, egyszerű gráfban minden csúcs foka legalább 33. Mutassuk meg, hogy a gráfhoz hozzá lehet venni egyetlen új élet úgy, hogy a kapott gráf összefüggő legyen.

2. Az  $F$  fából töröltük a  $v$  csúcsot. Az így kapott gráf egyes csúcsainak fokszámai 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 lettek. Határozzuk meg a törölt  $v$  csúcs  $F$ -beli fokszámát.
3. Legfeljebb mennyivel tud növekedni az ábrán látható gráf minimális költségű feszítőfájának költsége akkor, ha a gráf egy tetszőlegesen választott élének költségét tetszőlegesen megváltoztatjuk?

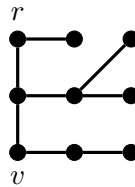


4. Legfeljebb mennyi lehet a  $v$  csúcs fokszáma az irányítatlan, egyszerű  $G$  gráfban, ha az alábbi ábrán  $G$  egy  $r$ -gyökerű

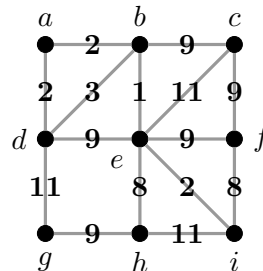
(a) BFS-fája,

(b) DFS-fája

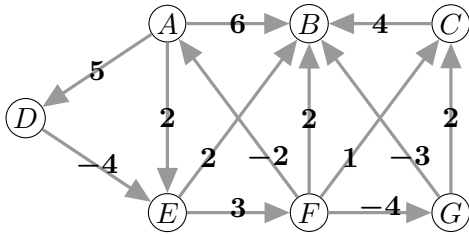
látható?



5. Igaz-e, hogy az alábbi  $G$  gráfban az  $i$  csúcs legalább 7-tel távolabb van  $g$ -től, mint a  $d$  csúcs, azaz igaz-e, hogy  $\text{dist}(g, i) \geq \text{dist}(g, d) + 7$ ?



6. Az alábbi gráfon Ford algoritmusát használjuk az  $A$  pontból induló legrövidebb utak hosszának meghatározására. A kapott úthosszakat tartalmazó táblázat egyik sorát feltüntettük. Határozzuk meg a következő sorban keletkező értékeket.

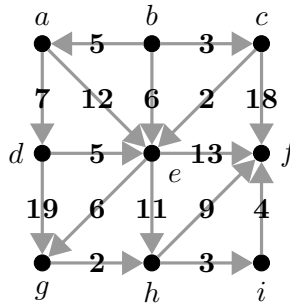


A	B	C	D	E	F	G
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	3	6	5	1	4	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

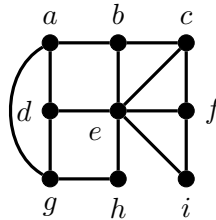
7. Egy irányított gráfban Floyd algoritmusát használva határozzuk meg a legrövidebb út hosszát az összes pontpárra. Kezdetkor az úthosszakokat tároló  $F_0$  tömböt az élek súlyaival töltöttük fel. A 3. menet után az itt látható  $F_3$  tömböt kaptuk. Mik lesznek a következő menet után kapott  $F_4$  tömbben az  $F_4[2, 4]$  és  $F_4[2, 6]$  értékek?

$$\begin{pmatrix} 0 & \infty & 5 & 2 & \infty & \infty \\ 1 & 0 & 6 & 3 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 4 & 0 & \infty & 2 \\ 2 & 1 & 7 & 4 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 5 & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

8. Kritikus-e az  $e$  tevékenység az alábbi PERT problémában?



9. Van-e az ábrán látható  $G$  gráfnak olyan Hamilton-köre, ami nem tartalmazza az  $ab$  élt?



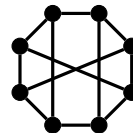
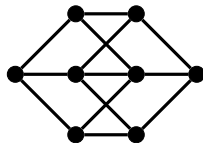
VI/17. Egy 51-csúcús, összefüggő, egyszerű gráfban egy csúcs foka 30, a többi 19.

(a) Bizonyítsuk be, hogy a gráf komplementerében van Hamilton-kör.

(b) Bizonyítsuk be, hogy az eredeti gráfhoz hozzá lehet venni 25 élt úgy, hogy a kapott gráf is egyszerű legyen, és legyen Euler-körsétája.

VI/19. Tegyük fel, hogy a 10 csúcús, egyszerű  $G$  gráfban az egyes csúcsok fokszámai rendre 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 9, 9, 9. Bizonyítsuk be, hogy  $G$ -nek nincs Hamilton-köre. Mutassuk meg, hogy  $G$ -nek van Hamilton-köre, ha a csúcsok fokszámai 3, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6.

10. Síkbarajzolhatók-e az alábbi gráfok?



11. Egy gráfban minden pont foka legfeljebb 3, és minden köre legfeljebb 5-hosszú. Mutassuk meg, hogy a gráf síkgráf.