

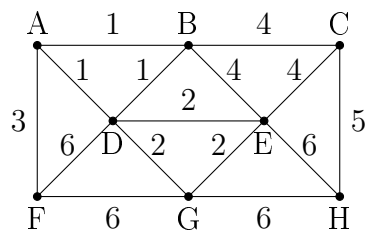
Gráfelméleti alapfogalmak, fák, Prüfer-kód, minimális súlyú feszítőfa

A számítástudomány alapjai
4. gyakorlat

2012. szeptember 27.

1. Hány 50 csúcsú 1223 élű lényegesen különböző egyszerű gráf létezik?
2. Van olyan G gráf, melyben minden csúcs foka különböző? És ha a gráf egyszerű?
3. Döntsük el, van-e olyan egyszerű gráf, amelyben a pontok foka rendre 1, 2, 2, 3, 3, 3 ill. 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4 ill. 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7 ill. 1, 3, 3, 4, 5, 6, 6.
4. Mi lehet a G gráf, ha $\Delta(G) \leq 2$? ($\Delta(G)$ a G gráf maximális foksámát jelöli.)
5. Mutassunk a komplementerével izomorf 5-, ill. 6-pontú gráfot!
6. Bizonyítsuk be, hogy minden 2-nél nagyobb páros n -re van n csúcsú egyszerű, összefüggő, 3-reguláris gráf!
7. Bizonyítsuk be, hogy egy fában a csúcsok és az élek számának szorzata páros!
8. Hány pontja van annak a T fának, melyre $|E(\overline{T})| = 15 \cdot |E(T)|$?
9. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges T fa elsőfokú pontjainak száma legalább akkora, mint $\Delta(T)$.
10. Tegyük fel, hogy az F fának csak első- és negyedfokú csúcsai vannak, szám szerint n_1 ill. n_4 . Igazoljuk, hogy $n_1 = 2 \cdot n_4 + 2$.
11. Bizonyítsuk be, hogy ha egy fába behúzzunk egy élet, akkor pontosan egy kör keletkezik.
12. Egy fa Prüfer-kódja $(3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6)$. Mi a kód elkészítéséhez elsőnek törölt levél indexe? Mi a kódhoz tartozó fa?
13. Melyek azok a fák, melyek „bővített” Prüfer-kódja csupa különböző számból áll? És melyek azok, melyeknek csupa azonos számból áll?
14. Mutassuk meg, hogy a Prüfer-kódban az i -edik csúcs éppen $(d_i - 1)$ -szer szerepel.
15. Hány olyan fa adható meg n címkézett ponton, amely nem csillag?
16. Hány olyan fa van az $1, 2, \dots, n$ pontokon, amelyben az 1-es csúcs elsőfokú?
17. Hány olyan fa van a $v_1, v_2, \dots, v_8$ csúcsokon, amelyben minden csúcs foka vagy 1 vagy 3?

18. Hány különböző minimális súlyú feszítőfája van az ábrán látható gráfnak?



19. Milyen k pozitív egészekre adható meg olyan 2000 élű és 2000 csúcsú egyszerű összefüggő gráf, amire igaz a következő: G -ben a 2000 él közül adható egynek 2 egységnyi, 1999-nek pedig 1 egységnyi súly úgy, hogy a G -ből kiválasztható különböző minimális súlyú feszítőfák száma éppen k legyen? (A feszítőfák megkülönböztetésekor a gráf csúcsait címkézettnek tekintjük.)