

Folyamok, Menger tételei

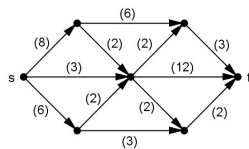
6. gyakorlat

2012. október 18.

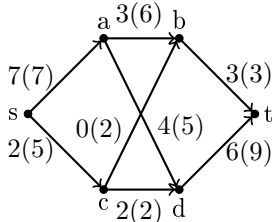
Menger tételei:

1. Ha G egy irányított gráf, $u, v \in V$, akkor az uv páronként élidegen irányított utak maximális száma megegyezik az összes uv irányított utat lefogó élek minimális számával.
2. Ha G egy irányított gráf, $u, v \in V$ két nem szomszédos csúcs, akkor az uv páronként pontidegen irányított utak maximális száma megegyezik az u -t és v -t elválasztó pontok minimális számával.
3. Ha G egy irányítatlan gráf, $u, v \in V$, akkor az uv páronként élidegen irányítatlan utak maximális száma megegyezik az összes uv utat lefogó élek minimális számával.
4. Ha G egy irányítatlan gráf, $u, v \in V$ két nem szomszédos csúcs, akkor az uv páronként pontidegen irányítatlan utak maximális száma megegyezik az u -t és v -t elválasztó pontok minimális számával.

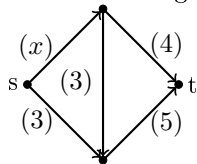
1. Adjunk meg egy maximális folyamot az alábbi hálózatokban, és bizonyítsuk be, hogy nagyobb folyam nem lehetséges.



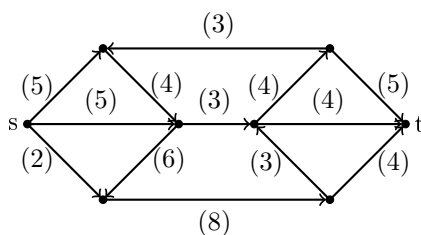
2. Növeljük a megadott folyamot, ha ez lehetséges, vagy mutassuk meg, hogy ez már egy maximális folyam!



3. Határozzuk meg a nemnegatív valós x függvényében a maximális folyam értékét az alábbi hálózatban.



4. Találjunk az alábbi hálózatban minimális vágást!



5. Tegyük fel, hogy a G gráfban a rögzített x és y pontokat összekötő pontidegen utak maximális száma 5. Lehet-e az x és y pontokat összekötő utakat lefogó élek maximális száma 1, 2, 3, 4, 5, 6 vagy 7?

6. Bizonyítsuk be, hogy ha a G irányított gráfban van u -ból v -be is és v -ből w -be is k éldiszjunkt irányított út, akkor G -ben létezik u -ból w -be is k éldiszjunkt irányított út.
7. A 15 pontú G gráf egy 4 pontú, egy 5 pontú és egy 6 pontú körből készült úgy, hogy az 5 pontú kör minden csúcsát összeköttöttük (egyetlen éllel) a másik két kör minden csúcsával. Legyen s a 4 pontú kör egyik csúcsa, t pedig a 6 pontú kör egyik csúcsa.
- (a) Maximálisan hány páronként csúcsdiszjunkt út adható meg s és t között G -ben?
 - (b) Maximálisan hány páronként éldiszjunkt út adható meg s és t között G -ben?