(2)

$x(t) = \sin t \qquad \frac{dx}{dt} = \cos t$

$y(t) = 2\cos^2 t \qquad \frac{dy}{dt} = -4\cos t \sin t \qquad$ (1)

$\frac{dy}{dx} = \frac{-4\cos t \sin t}{\cos t} = -4\sin t$, ahol $\cos t \neq 0$ (+1)

Az érintő meredekségének -2-nek kell lennie. (+1)

$-4\sin t = -2$

$\sin t = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$ vagy $\frac{5\pi}{6}$; de ez ugyanaz a pont. (+1)

Itt $\frac{dy}{dx} = -4\sin\frac{\pi}{6} = \underline{\underline{-2}}$, $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$

Az érintő egyenlete: $y - \frac{3}{2} = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ innen

$$\underline{\underline{y = -2x + \frac{5}{2}}} \qquad (+2)$$

$\Sigma: 6$

(3)

$f(x) = x - \sqrt[3]{3x-1}$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{3}(3x-1)^{-2/3} \cdot 3 = 1 - \frac{1}{(3x-1)^{2/3}}$ (1)

$f'(x) = 0$, ha $(3x-1)^{2/3} = 1$

$3x - 1 = \pm 1$

$x = 0$ vagy $\frac{2}{3}$ (+1)

$\nexists f'(x)$, ha $x = \frac{1}{3}$ (+1)

	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	3
f	1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1
	MAX.		MIN.	MAX.

Minimuma $-\frac{1}{3}$ ($x = \frac{2}{3}$-nál)

Maximuma 1 ($x = 0$-nál és $x = 3$-nál) (+1)

Átlag: $\frac{1}{3}\int_0^3 x - \sqrt[3]{3x-1}\,dx = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}x^2 - (3x-1)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}\right]_0^3 =$ (+1)

$= \frac{1}{3}\left(\frac{9}{2} - 4 + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}.$ (+1)

$\Sigma: 6$

(4)

$f'(x) = \left(\frac{\ln x - \ln 2}{x-2}\right)' = \frac{\frac{1}{x}(x-2) - (\ln x - \ln 2)}{(x-2)^2} = \frac{1 + \ln 2 - \ln x - \frac{2}{x}}{(x-2)^2}$, ha $x \neq 2$. (2)

$f'(2) = \lim_{x\to 2} \frac{\frac{\ln x - \ln 2}{x-2} - \frac{1}{2}}{x-2}$ (+2) $= \lim_{x\to 2} \frac{2\ln x - 2\ln 2 - x + 2}{2(x-2)^2} \overset{L}{=} \lim_{x\to 2} \frac{\frac{2}{x} - 1}{4(x-2)} \overset{L}{=}$

$= \lim_{x\to 2} \frac{-\frac{2}{x^2}}{4} = \underline{\underline{-\frac{1}{8}}}.$ (+2)

Tehát mindenhol differenciálható.

$\Sigma: 6$