

1. Legyen  $z = 5 + 12i$ ,  $w = 1 - 2i$ ,  $s = 3 - 4i$ . Végezze el a kijelölt műveleteket:

$$z + w; z + s; w + s; w - z; w - s; z - s; zw; zs; ws; \frac{z}{s}; \frac{w}{s}; \frac{z}{w}; \operatorname{Re} z; \operatorname{Im} s; |z|; \sqrt{s}$$

2. Határozza meg az  $x$  és  $y$  valós számokat úgy, hogy az  $(1 + 2i)x + (3 - 5i)y = 1 - 3i$  egyenlőség teljesüljön.

3. Számítsa ki az alábbi kifejezések értékét:

$$\frac{(1 + i)(-1 + 2i) + (2 - i)}{2 - 3i} - 2i; (1 - i)^4 + \frac{(2 + i)^2}{3 - 4i}.$$

4. Oldja meg az  $(3 - i)x + (4 + 2i)y = 2 + 6i$ ,  $(4 + 2i)x - (2 + 3i)y = 5 + 4i$  egyenletrendszert a komplex számok körében.

5. Oldja meg az  $x^2 - (2 + i)x + (-1 + 7i) = 0$  egyenletet a komplex számok körében.

6. Milyen feltételek mellett lesz két komplex szám szorzata tiszta képzetes szám? Mely komplex számokra teljesülnek az alábbiak?

$$(a) \bar{z} = z^2; (b) \bar{z} = \frac{1}{z}; (c) |z|^2 = \operatorname{Re} z; (d) \operatorname{Re} \frac{z - 1}{z + 1} = 0.$$

7. Mi azon pontok mértani helye, amelyeket azok a komplex számok határoznak meg, amelyeknek:

- a.) abszolút értéke 1,  
b.) argumentuma  $\frac{\pi}{6}$ .

8. Határozzuk meg azon  $z$  komplex számokhoz tartozó pontok mértani helyét, amelyek eleget tesznek az alábbi egyenlőtlenségeknek:

- a.)  $|z| < 2$ ; b.)  $|z - i| \leq 1$ ; c.)  $|z - 1 - i| < 1$ .

9. Írja át az  $3i$ ,  $-1 + 2i$ ,  $-3 + 2i$ ,  $2 - 5i$  komplex számokat trigonometrikus alakba.

10. Írja át az  $z_1 = 3(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$ ,  $z_2 = 2(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)$ ,  $z_3 = 5(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$  komplex számokat algebrai alakba, továbbá a trigonometrikus alakot felhasználva számítsa ki az alábbiakat:  $z_1 z_2$ ;  $z_1 z_3$ ;  $z_2 z_3$ ;  $\frac{z_2}{z_1}$ ;  $\frac{z_3}{z_2}$ ;  $\frac{z_3}{z_1}$ ;  $z_1^3$ ;  $z_2^5$ ;  $z_3^7$ ;  $\sqrt[3]{z_1}$ ;  $\sqrt[5]{z_2}$ ;  $\sqrt[10]{z_3}$ .

11. Végezze el a következő gyökvonásokat:

$$\sqrt[3]{8}, \sqrt[6]{1}, \sqrt[8]{i}, \sqrt[3]{-1 + i}.$$

12. Írja fel zárt alakban az alábbi összegeket:

$$(a) 1 - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \binom{n}{6} + \dots$$

$$(b) 1 + \binom{n}{3} + \binom{n}{6} + \dots$$

13. Írja fel zárt alakban a  $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx$  összeget.