

1. Adva vannak az $\mathbf{a} = (1, -2, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 1, 0)$ és $\mathbf{c} = (1, -1, 1)$ vektorok. Számítsuk ki az $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$, az $\mathbf{a} \times \mathbf{c}$ és az \mathbf{abc} kifejezések értékét! (4)

2. Az $\mathbf{u} = (2, 3, 4, 14)$ vektornak mennyi az abszolút értéke, és mennyi a $\mathbf{w} = (0, 3, 6, -2)$ vektorral bezárt szögének koszinusza? (5)

3. Adva van az $\frac{x-1}{2} = -y+1 = z$ egyenletek által meghatározott egyenes. (5)

a) Írjuk fel az explicit alakját!

b) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely átmegey az $(1, -2, 1)$ ponton és merőleges a fenti egyenesre!

4. Adva van az $x = 1, y = t, z = 2 - t$ egyenletrendszerrel megadott e egyenes, és az $2x + 3y + 6z = 2$ egyenletű S sík. (6)

a) Határozzuk meg metszéspontjukat!

b) Írjuk föl annak a síknak az egyenletét, mely tartalmazza az e egyenest, és merőleges az S síkra.

5. Számítsuk ki és adjuk meg az alábbi kifejezések értékét a megadott alakban! (5)

a) $\frac{(1-2i)^3}{4+3i}$, algebrai alak,

b) $\sqrt[3]{-8}$, trigonometriai alak.

6. Határozzuk meg az $\frac{x^3-2x}{3x^2+1}$ függvény grafikonjának ferde aszimptotáját a $+\infty$ -ben! (5)

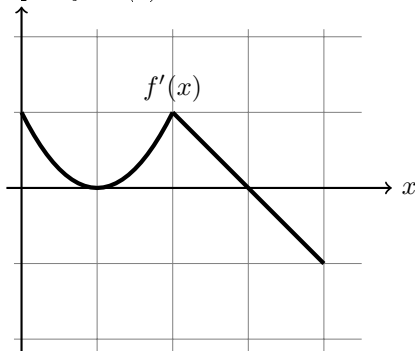
7. Számítsuk ki az alábbi függvények deriváltjait! (4)

a) $\frac{x^2-1}{\sqrt{x}}$, b) $\sin^3 x^2$.

8. Írjuk fel a paraméteresen megadott $x = t^2 - 1, y = \frac{t+2}{t}$ görbe érintőjét a $t = 1$ értékhez tartozó pontban! (5)

9. Határozzuk meg az $f(x) = x^3 - 3x^2$ függvény abszolút szélsőérték helyeit a $[0, 4]$ intervallumon! (5)

10. Az ábrán a $(0, 4)$ intervallumon értelmezett f függvény deriváltjának grafikonja látható (a rács lépésköze 1). Hol van az eredeti f függvénynek lokális szélsőérték helye és milyen, továbbá hol vannak inflexiós pontjai? (6)



1. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (3+3)

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$

2. Hol monoton növekvő, illetve monoton fogyó az $x^2 e^{-x}$ függvény? Hol van lokális maximuma, illetve minimuma? (6)

3. Számítsuk ki az $(x+1)^x$ függvény deriváltját! (5)

4. Írjuk fel az $f(x) = (e^x + 1)^2$ függvény inverzét, és az inverz függvény deriváltjának értékét 4-ben! (4)

5. Keressük meg az $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x - 3$ függvény összes racionális gyökét, és bontsuk $f(x)$ -et lineáris faktorok szorzatára! (4)

6. Számítsuk ki az alábbi kifejezéseket! (2+2)

a) $\int_0^4 \frac{1}{x+1} dx$

b) $\frac{d}{dx} \left(\int_0^x t^3 e^{2t} dt \right)$

7. A parciális integrálás technikájával számítsuk ki az alábbi integrálokat! (4+5)

a) $\int x e^{2x} dx$

b) $\int \ln x dx$

8. Számítsuk ki az $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$ függvény határozatlan integrálját $u = 1 + \sqrt{x}$ helyettesítéssel! (6)

9. Számítsuk ki az alábbi integrálokat! (3+3)

a) $\int \sin^2 x dx$

b) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$