

1. Adva vannak az  $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (0, 1, 1)$  és a  $\mathbf{c} = (1, -1, 1)$  vektorok. Számítsuk ki az  $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ , az  $\mathbf{a} \times \mathbf{c}$  és az  $\mathbf{abc}$  kifejezések értékét! (4)

2. Tekintsük az  $(1, -1, 1, -1)$ ,  $(1, 1, -1, -1)$ ,  $(-1, 1, 1, -1)$ ,  $(1, 1, 1, 1)$  vektorokat! (5)

- a) Mennyi e vektorok szöge?  
 b) Elő lehet állítani minden  $\mathbf{R}^4$ -beli vektort e vektorok lineáris kombinációjaként? (Röviden indokoljunk!)  
 c) Adjunk meg egy olyan vektort az  $\mathbf{R}^4$  térben, amelyik minden megadott vektorra merőleges!

3. Adva van az  $\frac{x-1}{2} = y = -z + 1$  egyenletek által meghatározott egyenes. (5)

- a) Írjuk fel az explicit alakját!  
 b) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely átmege az  $(1, -2, 1)$  ponton és merőleges a fenti egyenesre!

4. Adva van az  $x = 1$ ,  $y = 2t$ ,  $z = 3 - t$  egyenletrendszerrel megadott egyenes, és az  $2x + 3y + 6z = 5$  egyenletű sík. (6)

- a) Mutassuk meg, hogy párhuzamosak!  
 b) Határozzuk meg a távolságukat!

5. Számítsuk ki és adjuk meg az alábbi kifejezések értékét a megadott alakban! (5)

- a)  $\frac{(2-i)^3}{3-4i}$ , algebrai alak,  
 b)  $\sqrt[4]{-16}$ , trigonometriai alak.

6. Határozzuk meg az  $\frac{x^3+x}{2x^2-2}$  függvény grafikonjának ferde aszimptotáját a  $+\infty$ -ben! (5)

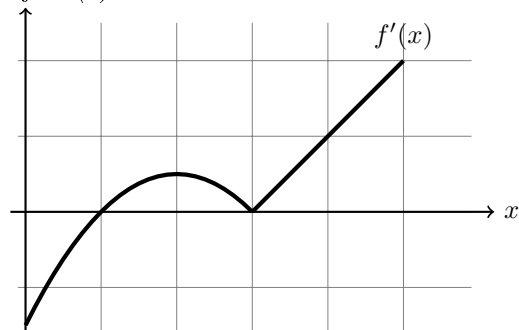
7. Számítsuk ki az alábbi függvények deriváltjait! (4)

- a)  $\sqrt{x} \frac{x^2}{x+1}$ , b)  $\sin^2 x^3$ .

8. Írjuk fel a paraméteresen megadott  $x = 1 - t^2$ ,  $y = \frac{t}{t+1}$  görbe érintőjét a  $t = 1$  értékhez tartozó pontban! (5)

9. Határozzuk meg az  $f(x) = x^4 - 2x^2$  függvény abszolút szélsőérték helyeit a  $[-1/2, 2]$  intervallumon! (5)

10. Az ábrán a  $[0, 5]$  intervallumon értelmezett  $f$  függvény deriváltjának grafikonja látható (a rács lépésköze 1). Hol van az eredeti  $f$  függvénynek szélsőérték helye és milyen, továbbá hol vannak inflexió pontjai? (6)



1. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (3+3)

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}$

2. Keressük meg az  $x e^x$  függvény lokális szélsőértékeit és inflexió pontjait! (6)

3. Számítsuk ki az  $x^{\ln x}$  függvény deriváltját! (5)

4. Írjuk fel az  $f(x) = \frac{x+2}{x}$  függvény inverzét! (3)

5. Keressük meg az  $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 - x - 2$  függvény összes gyökét  $\mathbf{C}$ -ben! (5)

6. Számítsuk ki az alábbi kifejezéseket! (2+2)

a)  $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{\cos^2 x} dx$

b)  $\frac{d}{dx} \left( \int_0^x (1+t)e^{t^2} dt \right)$

7. A parciális integrálás technikájával számítsuk ki az alábbi integrálokat! (4+5)

a)  $\int (x-2) \sin x dx$

b)  $\int \frac{1}{x^2} \ln x dx$

8. Számítsuk ki az  $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^x}$  függvény határozatlan integrálját és deriváltját! (6)

9. Számítsuk ki az alábbi (helyettesítéssel is megoldható) integrálokat! (3+3)

a)  $\int \frac{8x}{x^2+1} dx$

b)  $\int (\sin x) e^{\cos x} dx$