MAT A1 – 1. ZH. – 2012. március 30. Név: ______________________ Gyakvez.: ______

1. Adva vannak az $\mathbf{a} = (1, 2, 0)$, a $\mathbf{b} = (0, -1, 2)$ és a $\mathbf{c} = (1, 1, 1)$ vektorok. Számítsuk ki az $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$, az $\mathbf{a} \times \mathbf{c}$ és az $\mathbf{abc}$ kifejezések értékét! *(4 pont)*

$(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} =$

$\mathbf{a} \times \mathbf{c} =$

$\mathbf{abc} =$

2. Tekintsük az $(1, -1, 0, 0, 0)$, $(0, 1, -1, 0, 0)$, $(0, 0, 1, -1, 0)$, $(0, 0, 0, 1, -1)$, $(-1, 0, 0, 0, 1)$ vektorokat! *(5 pont)*

a) Elő lehet állítani minden $\mathbf{R}^5$-beli vektort e vektorok lineáris kombinációjaként? (Röviden indokoljunk!)

b) Adjunk meg egy olyan vektort az $\mathbf{R}^5$ térben, amelyik minden megadott vektorra merőleges!

3. Adva van az $\dfrac{x-1}{2} = y = -z + 1$ egyenletek által meghatározott egyenes. *(4 pont)*

a) Írjuk fel az explicit alakját!

b) Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely átmegy az $(1, -2, 1)$ ponton és merőleges a fenti egyenesre!

4. Adva van az $x = 1 + t$, $y = -t$, $z = 3 + t$ egyenletrendszerrel megadott egyenes, és az $x + 2y + z = 5$ egyenletű sík. *(5 pont)*

a) Mutassuk meg, hogy párhuzamosak!

b) Határozzuk meg a távolságukat!

5. Számítsuk ki és adjuk meg az alábbi kifejezések értékét a megadott alakban! *(5 pont)*

a) $\dfrac{(1+2i)^2}{i(2-i)}$, algebrai alak,

b) $\sqrt[3]{-2-2i}$, trigonometriai alak.

6. Határozzuk meg az $\dfrac{x^3+1}{x^2-2x}$ függvény grafikonjának ferde aszimptotáját a $+\infty$-ben! *(4 pont)*

7. Számítsuk ki az alábbi deriváltakat! *(4 pont)*

a) $\sin \dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$,

b) $\operatorname{tg}^2 x^3$.

8. Írjuk fel a paraméteresen megadott $x = 1 - t^3$, $y = \dfrac{t}{t-2}$ görbe érintőjét a $t = 1$ értékhez tartozó pontban! *(4 pont)*

9. Határozzuk meg az $f(x) = (x-1)^3 - 3x$ függvény lokális szélsőértékhelyeit és inflexiós pontjait! *(6 pont)*

lokális MIN: $x =$

lokális MAX: $x =$

Inflexiós pont: $x =$

10. Határozzuk meg az $f(x) = (x-1)^{2/3} + \dfrac{x}{2}$ függvény abszolút szélsőértékeit a $[0,2]$ intervallumon! *(5 pont)*

ABS. MAX: $f(x) =$
ABS. MIN: $f(x) =$

11. Az ábrán a $[0,5]$ intervallumon értelmezett f függvény deriváltjának grafikonja látható (a rács lépésköze 1). Rajzoljuk be az f és az f'' függvények grafikonját, ha tudjuk hogy $f(0) = 1$. *(4 pont)*