

**MAT A1 – 1. ZH. A – 2010. október 12.**

Név: \_\_\_\_\_ Gyakvez.: \_\_\_\_\_

1. Adja meg a következő műveletek eredményét, ha létezik (ha nem, írjuk be, hogy NEM LÉTEZIK):

(3 pont)

$$\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{i}) =$$

$$\mathbf{i} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{j}) =$$

$$(\mathbf{i} \cdot \mathbf{k}) \times \mathbf{j} =$$

2. Oldja meg a következő egyenleteket:

a)  $z^2 = i\bar{z}$  (4+3 pont)

4. Adva van két különböző  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{b}$  nemnulla vektor. Melyek azok a  $\mathbf{v}$  vektorok, amelyekre  $\mathbf{a} \times \mathbf{v} = \mathbf{b} \times \mathbf{v}$ ? (2 pont)

5. Határozza meg a következő határértékeket, ha léteznek: (8 pont)

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x+1} \sin \frac{1}{x} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x}{3x^2 + 1} =$

b)  $i^{17}z^2 + (4 + 5i)z + 10 = 0$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin^2 2x \cdot \frac{x}{x^2 + 1} =$

3. Mekkora az  $\mathbf{a} = (2, -2, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (-4, 1, 1)$  vektorok szöge? (2 pont)

6. Írja fel az egyenletét egy olyan síknak, amely átmege a  $B(1, 2, 3)$  ponton és (2+2 pont)  
a) párhuzamos a  $z$ -tengellyel:

b) párhuzamos az  $xz$ -síkkal:

7. A következő állítások után írja oda, hogy az igaz, vagy hamis. (4 pont)

a) Ha egy függvénynek van hatértéke egy  $x_0$  pontban, akkor ott folytonos.

b) Ha egy függvény folytonos egy  $x_0$  pontban, akkor ott van hatértéke.

c) Ha egy függvény nem folytonos  $x_0$ -ban, akkor ott nincs hatértéke.

d) Ha  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ , akkor  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = 0$ .

8. Adott két sík és két egyenes: (5 pont)

$$S_1 : x - 2y + 2z = 6$$

$$S_2 : 2x - y - 2z = 1$$

$$l_1 : x = 1 + 4t, y = -2t, z = -1 - 4t$$

$$l_2 : x = 2, y = 1 + 2t, z = -t.$$

Melyek párhuzamosak és melyek merőlegesek közülük?

10. Tagadjuk egy osztály diákjairól szóló alábbi három állítást! (3 pont)

a) Ma egyik gyerek sem kapott intőt.

b) Volt, amelyik nem csinálta meg a leckéjét.

c) Amelyikük megcsinálta a leckét, ötöst kapott.

11. Egy négyzet egyik csúcsa  $P(4, 4, 6)$ . Egy ( $P$ -re nem illeszkedő) oldala az  $x = 6 + 4t$ ,  $y = -2 - 2t$ ,  $z = 1$  egyenesen van. Adja meg a többi csúcs koordinátáit és a négyzet síkjának egyenletét. (8 pont)

9. Igazoljuk, hogy  $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$ . (3 pont)