

1. Egészítsük ki az alábbi állításokat (definíciókat, tételeket) úgy, hogy igazak legyenek. (222 pont)
- a) A függvényhatárérték a végtelenben: Azt mondjuk, hogy f határértéke a végtelenben végtelen, azaz $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, ha...
- b) Kis ordó: Az f függvény kisebb rendű, mint a g függvény, amint $x \rightarrow \infty$ (azaz $f = o(g)$), ha
- c) Második derivált teszt: Ha az f függvény az I intervallumon és az I -n $f'' < 0$, akkor f
2. Igazak-e az alábbi állítások? Írjunk I vagy N betűt a négyzetbe, válaszunkat nagyon röviden indokoljuk! Ha a válasz „N”, javítsuk ki az állítást! (6 pont)
- a) Ha az f függvény a J intervallumon invertálható, akkor szigorúan monoton is J -n.
- b) Egy valós együtthatós polinom mindig felírható valós lineáris tényezők (valós gyöktényezők) szorzataként!
- c) Ha a $H \subseteq \mathbf{R}$ halmazon az F és G függvények deriváltja egyaránt az f függvény, akkor van olyan $C \in \mathbf{R}$ szám, hogy minden $x \in H$ esetén $F(x) = G(x) + C$.
3. A $(8, 0, 2)$ vektort bontsuk fel a $(3, 1, 2)$ vektorral párhuzamos és merőleges vektorok összegére! (4 pont)
4. Deriválás segítségével igazoljuk, hogy $\operatorname{arsh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$. (4 pont)
5. Számítsuk ki az $y \geq 0$, $y \geq x - 2$, $y \leq \sqrt{x}$ tartományok közös részének területét minél egyszerűbb módon! (5 pont)
6. Az $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \operatorname{ctg} x / \sin^2 x \, dx$ határozott integrálban végezzük el az $u = \operatorname{ctg} x$ helyettesítést, és megfelelően írjuk át az integrál határait, végül számítsuk ki. (5 pont)
7. Deriválható-e, és ha igen, mennyi a deriváltja az f függvénynek a 0 helyen, ha $f(0) = 0$, és $x \neq 0$ esetén $f(x) = x + x^2 \sin \frac{1}{x}$. (5 pont)
8. Írjuk fel a $\sqrt{1+x}$ függvény $x = 3$ ponthoz tartozó teljes differenciálját, és ennek segítségével adjunk becslést $\sqrt{4,1}$ értékére. (Zsebszámológép nem használható!) (5 pont)
9. Végezzük el az alábbi számításokat! (11243 pont)
- a) $\arcsin \sin \frac{7\pi}{4} =$
- b) $\operatorname{th}(\operatorname{arsh}(3/4)) =$
- c) $\int_0^1 \frac{1}{x} \, dx =$
- d) $\int \frac{3x^2 + 3x + 2}{x^3 + x^2 + x + 1} \, dx =$ (számoljuk a másik oldalon)
- e) $\int \sqrt{4 - x^2} \, dx =$