

1. MAT A1b vizsga. 2012-05-22 Neptun: _____

Név: _____

1. Egészítsük ki az alábbi állításokat (definíciókat, tételeket) úgy, hogy igazak legyenek. (12 pont)

a) Mikor 0?

$\mathbf{ab} = 0$ pontosan akkor, ha

$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ pontosan akkor, ha

$\mathbf{abc} = 0$ pontosan akkor, ha

b) A függvényhatárérték definíciója: Tegyük fel, hogy az f függvény értelmezve van...

Azt mondjuk, hogy f határértéke az a helyen L , azaz $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, ha...

c) Rolle tétele: Tegyük fel, hogy az f függvény az $[a, b]$ intervallumon és az (a, b) intervallumon Ha $f(a) = f(b)$, akkor létezik az (a, b) intervallumban legalább egy olyan c pont, amelyre...

d) Newton-Leibniz-tétel 1. rész: Ha f az $[a, b]$ intervallumon, akkor az

$$F(x) = \int_{\dots}^{\dots} \dots$$

függvény az $[a, b]$ intervallumon, az (a, b) intervallumon, továbbá igaz a következő összefüggés:

e) Természetes logaritmus:

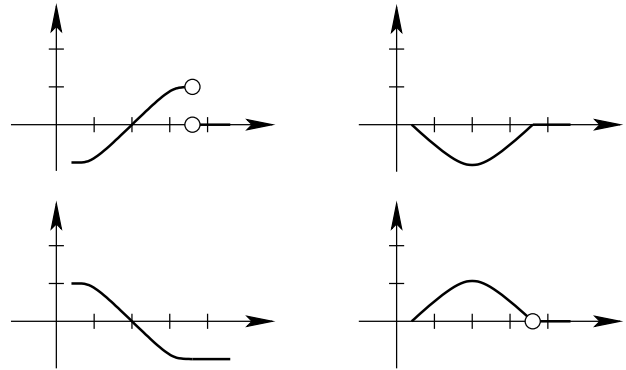
$$\ln x := \dots$$

f) Függvény átlaga: Ha f az $[a, b]$ intervallumon, akkor az $[a, b]$ -n vett átlaga:

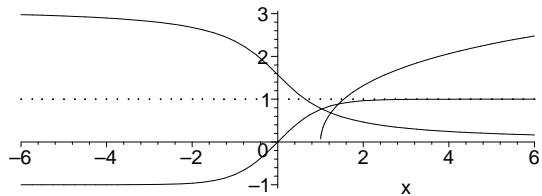
$$f_{\text{átlag}} = \dots$$

2. Írjuk fel az $x = 2t, y = t - 1, z = 3 - t$ egyenletrendszerrel megadott egyenesre merőleges, és az $(1, 2, 3)$ ponton átmenő sík egyenletét! (2 pont)

3. Rajzoljunk nyilakat az ábrák közé (összesen 3-at), mely egy függvényből a deriváltjába mutat. (3 pont)



4. Az alábbi ábrán a trigonometrikus és hiperbolikus függvények, valamint ezek inverzei közül láthatjuk háromnak a grafikonját. Írjuk oda mindegyik mellé a nevét! (3 pont)



5. Az alábbi állítások egyike sem igaz. Adjunk mindegyikre egy példát, mely igazolja, hogy az állítás nem igaz, majd javítsuk ki az állítást egy tanult tételre! (6 pont)

a) Egy valós együtthatós polinom mindig felírható valós lineáris tényezők (valós gyöktényezők) szorzataként!

b) Az I véges intervallumon értelmezett bármely folytonos valós f függvény felveszi értéként értékészletének infimumát az I valamely pontjában!

c) Ha a $H \subseteq \mathbf{R}$ halmazon az F és G függvények deriváltja egyaránt az f függvény, akkor van olyan $C \in \mathbf{R}$ szám, hogy minden $x \in H$ esetén $F(x) = G(x) + C$.

6. Adjuk meg az alábbi függvények értelmezési tartományát és értékkészletét! (3 pont)

$\arccos x$		
$\ln x $		
$\operatorname{arch} x$		

7. Számítsuk ki az alábbi integrálokat! (9 pont)

a) $\int x \sin x \, dx =$

b) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx =$

c) $\int_0^{\pi/2} \cos x \sqrt{\sin x} \, dx =$

8. Végezzük el az alábbi számításokat! (7 pont)

a) $\operatorname{arch}(\operatorname{ch}(-3)) =$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x =$

c) $x^3 = i$, határozzuk meg x lehetséges értékeit!

9. Bizonyítsuk be az \exp függvény deriváltjára vonatkozó összefüggést! (5 pont)