3/2. MAT A1b vizsga. 2007-01-16 Neptun: _ _ _ _ _ _ Név: ______________________ Előadó:____

1. Egészítsük ki az alábbi állításokat (definíciókat, tételeket) úgy, hogy igazak legyenek. *(222 pont)*

a) Függvény folytonossága: Azt mondjuk, hogy f *folytonos* az a helyen, ha értelmezve van egy a-t tartalmazó nyílt intervallumon, és minden pozitív ε számhoz létezik olyan $\delta > 0$ szám, hogy ...

b) Cauchy-féle középértéktétel: Legyen az f és g függvény...

Ekkor létezik az (a, b) intervallumban legalább egy olyan c pont, amelyre...

2. Igazak-e az alábbi állítások? Írjunk I vagy N betűt a négyzetbe, válaszunkat *nagyon röviden indokoljuk*! Ha a válasz „N", adjunk ellenpéldát vagy javítsuk ki az állítást! *(6 pont)*

a) Ha a $H \subseteq \mathbf{R}$ halmazon az f és g deriváltja megegyezik, akkor van olyan $C \in \mathbf{R}$ szám, hogy minden $x \in H$ esetén $f(x) = g(x) + C$. ☐

b) Ha f integrálható az $[a, b]$ intervallumon, akkor létezik olyan $c \in (a, b)$, hogy $f(c)$ megegyezik az f függvény $[a, b]$-n vett átlagával! ☐

c) Ha az f függvény invertálható az I intevallumon, akkor monoton is. ☐

3. Írjuk fel az összes harmadik egységgyököt algebrai alakban! *(3 pont)*

4. Adjuk meg paraméteresen az $(1, 0)$ és $(3, 2)$ pontokat összekötő szakaszt! *(2 pont)*

5. Tekintsük a $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(2, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$ pontok által meghatározott parallelogrammát! Toljuk el e pontokat az $(1, 2, 2)$ vektorral. Az így kapott nyolc pont által kifeszített testnek mennyi a térfogata? *(2 pont)*

6. Írjuk fel az $x^2 \sin \frac{2}{x}$ függvény ∞-beli aszimptotájának egyenletét! *(3 pont)*

7. Az $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ grafikonjának milyen a érték esetén lesz az $x = 1$ helyen inflexiós pontja? *(2 pont)*

8. Írjuk fel az alábbi kifejezést integrál segítségével! *(2 pont)*

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{j=1}^{n} f\left(\frac{2j}{n}\right)\frac{2}{n} =$$

9. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét a $t = e^x$ helyettesítés segítségével. *(4 pont)*

$$\int \frac{3e^x + 1}{e^x + 1}\,\mathrm{d}x =$$