Matematika A2b 2006/2007 tavasz
13. gyakorlat

1. Hengerkoordinátákra áttérve számtsuk ki az alábbi integrált!

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_0 z\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}z\mathrm{d}y\mathrm{d}x$$

2. $\iiint\limits_V z\mathrm{d}V$, ahol $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R} \mid x^2+y^2 \leqslant z^2, x^2+y^2+z^2 \leqslant 2az\}$.

3. Határozzuk meg az alábbi sorozatok határértékét!

   (a) $a_n = \dfrac{\sin n\frac{\pi}{2}}{\sqrt{2n\pi}}$ (b) $b_n = \dfrac{n+2}{2n} + \dfrac{2}{(-1)^n}$ (c) $c_n = \sqrt[3]{n^2-n^3}+n$

   (d) $d_n = \dfrac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$ (e) $e_n = \dfrac{n}{3^n}$ (f) $f_n = \dfrac{(-2)^n+3^n}{(-2)^{n+1}+3^{n+1}}$

4. Döntsük el, hogy az alábbi sorok konvergensek-e!

   (a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+2}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos x^n}{n^2}, \quad x \in \mathbb{R}$

   (d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n^5+1}}$ (e) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n+4^n}{3^n+5^n}$ (f) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$

   (g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n$ (h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{\left(2+\frac{1}{n}\right)^n}$ (i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

   (j) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{2^n+1}$ (k) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\ln n}$ (l) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$

5. Vizsgáljuk meg, hogy az alábbi sorok közül melyek abszolút, illetve feltételesen konvergensek, melyek divergensek!

   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}\frac{n}{5n^2-2}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^{100}\cdot 99^n}{100^n}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$

   (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{\sqrt[3]{n^4}}$ (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(2n+1)}$ (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$