

1. Határozzuk meg a következő függvénysorok értelmezési tartományát és konvergenciatartományát!

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{|x|}{x}\right)^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(z+3)^n} \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{x^2+1}$$

2. Határozzuk meg a következő hatványsorok konvergenciatartományát!

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 \cdot 2^n} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)^2} x^n \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n x^n \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n} (x+1)^n$$

3. Adjuk meg a következő hatványsorok összegfüggvényét!

$$\text{a) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n+1} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot 2^n (x-1)^n \quad \text{c) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n} (x+1)^n \quad \text{d) } \sum_{n=0}^{\infty} (1+ni)(iz)^n$$

4. Adjuk meg a következő függvények 0 körüli Taylor-sorát!

$$\text{a) } \frac{1}{x+1} \quad \text{b) } xe^x \quad \text{c) } \cos^2 x \quad \text{d) } \operatorname{arctg} x$$

5. Írjuk fel a következő periodikus függvények Fourier-sorát!

$$\text{a) } f(x) = |\cos x| \quad \text{b) } f(x) = \operatorname{sgn}(\sin x) \quad \text{c) } f(x) = x, \text{ ha } x \in [0, 1) \text{ és } f(x+1) = f(x) \forall x$$

6. Számítsuk ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ sor összegét az $f(x) = x^2$ ($-\pi < x \leq \pi$) egyenlőséggel definiált 2π periódusú függvény Fourier-sora segítségével!