

**Közlekedésmérnöki Kar**  
**A2 feladatsor**  
**2007. tavasz, 12. hét**

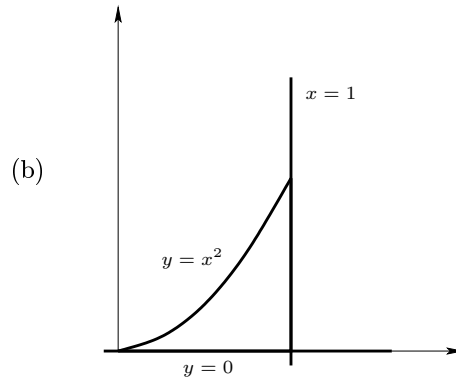
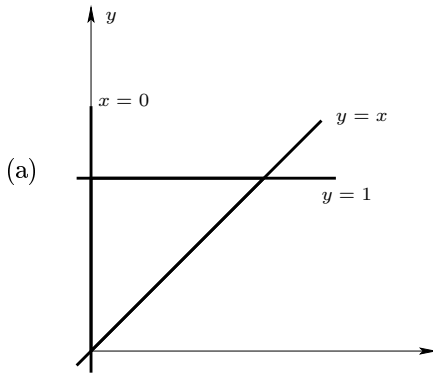
1. Számítsuk ki az alábbi integrálokat!

(a)  $\int_{-1}^0 \int_{-1}^1 (x + y - 1) dx dy$    (b)  $\int_0^\pi \int_0^{\sin x} y dx dy$    (c)  $\int_1^2 \int_y^{y^2} dx dy$

2. Számítsuk ki az alábbi függvények integrálját a megadott tartományon!

- (a)  $f(x, y) = 1/(xy)$  az  $1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2$  négyzeten,  
 (b)  $f(x, y) = x^2 + y^2$  a  $(0, 0), (1, 0), (0, 1)$  csúcsú háromszögön,  
 (c)  $f(x, y) = x^2 + 2x$  az  $x = 0, x = 1, y = x^2 - 1, y = x^2$  görbék által határolt területen,  
 (d)  $f(x, y) = x^2 + 2x$  az  $y = 0, y = 1, x = y^2 - 1, x = y^2$  görbék által határolt területen.

3. Írjuk fel kétféleképpen az  $f(x, y)$  függvény integrálját a megadott görbék által határolt tartományokon!



4. Az integrálás sorrendjének felcserélésével számítsuk ki az alábbi integrálokat!

(a)  $\int_0^{2\sqrt{\ln 3}} \int_{y/2}^{\sqrt{\ln 3}} e^{x^2} dx dy$    (b)  $\int_0^{1/16} \int_{y^{1/4}}^{1/2} \cos(16\pi x^5) dx dy$    (c)  $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 \frac{dy dx}{y^4 + 1}$

5. Polárkoordinátákra áttérve számítsuk ki az alábbi integrálokat:

(a)  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} (x^2 + y^2) dy dx$    (b)  $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy$

6. Számítsuk ki az alábbi hármasintegrálokat!

(a)  $\int_1^e \int_1^e \int_1^e \frac{1}{xyz} dz dy dx$    (b)  $\int_0^1 \int_0^{2-x} \int_0^{2-x-y} dz dy dx$

7. Mennyi a térfogata

- (a) a  $z = y^2, x = 0, x = 1, y = -1, y = 1$  felületek által határolt testnek?  
 (b) az  $x^2 + y^2 = 4$  hengerből a  $z = 0$  ill.  $x + z = 3$  síkok által kivágott testnek?  
 (c) a  $z = 8 - x^2 - y^2$  és a  $z = x^2 + y^2$  paraboloidok által határolt testnek?