

1P = 1. PÉLDA; 3T = 3. TÉTEL; A lineáris algebra hivatkozásai a segédletre, az többi részé a Thomas 3. kötetére vonatkoznak. ► = kötelező bizonyítás.

1. Egyenletrendszerek: • az R^n tér (3.D), lineáris kombináció, függetlenség, összefüggőség ► vektorok függetlenségének szükséges és elégséges feltétele (4T) • *lineáris egyenletrendszer* általános alakja, egyenletrendszer elemi átalakításai ► az elemi átalakítások ekvivalens átalakítások (6T) • *mátrix* (7D), speciális alakú mátrixok • (*redukált*) *sorlépcsős alak* ► mátrix (redukált) sorlépcsős alakra hozhatósága, *Gauss-módszer*, *Gauss-Jordan-módszer* • az egyenletrendszer és a megoldás felírása lineáris kombinációval • szimultán egyenletrendszer megoldása

2. Mátrixműveletek: • *mátrixműveletek*, műveleti azonosságok, a mátrixszorzat kifejezése sor- és oszlopvektorokkal (11M), előállítás diadikus szorzatok összegeként • *lineáris egyenletrendszerek mátrixszorzatos alakja*, az együtthatómátrix oszlopvektorainak lineáris kombinációi és az egyenletrendszer megoldhatósága közti kapcsolat • *mátrix inverze* ► inverz egyértelműsége (12T) ► inverz létezése, kiszámítása elemi sorműveletekkel (13T) • inverz algebrai tulajdonságai • egyenletrendszer megoldása mátrixinvertálással • műveletek speciális alakú mátrixokkal

3. Alterek: • R^n alterei, • az $\mathbf{x} \mapsto \mathbf{Ax}$ leképezés képtere, magtere ► a képtér és a magtér altér (16-17T) ► az inhomogén és a hozzá tartozó homogén egyenletrendszer megoldásainak tere (18T) • *bázis*, *dimenzió* • *sortér*, *oszloptér*, és kapcsolatuk az elemi sorműveletekkel (19-20T) • *rang* (21T) ► egyenletrendszer megoldhatósága és az oszloptér kapcsolata, homogén lineáris egyenletrendszer nemtriviális megoldásának létezése (22T) • szabad és kötött változók száma, képtér és magtér dimenziója (23T)

4. Determináns: • *determináns*, mint a sorvektorok által kifeszített paralelepipedon előjeles térfogata, műveletek determinánsokon, a det értékének meghatározása különböző módszerekkel, kifejtési tétel, algebrai tulajdonságok... (24T) ► *Vandermonde-determináns* értékének kiszámítása • előjeles al-determináns • reguláris mátrix inverzének felírása előjeles al-determinánsokkal • homogén lineáris egyenletrendszer nem-triviális megoldásának létezése (26K) • Cramer szabály (27T)

5. Lineáris leképezések: • *lineáris leképezések*, példák (differenciáloperátor, határozott integrál,...) ► lineáris leképezés mátrixának létezése, meghatározása (29T)

• síkbeli elforgatás, tükrözés és vetítés mátrixának felírása

6. Sajátérték, sajátvektor: • *sajátérték*, *sajátvektor*, *karakterisztikus egyenlet/polinom* ► sajátérték létezése, karakterisztikus egyenlet megoldhatósága és az $\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}$ együtthatójú homogén lineáris egyenletrendszer megoldhatóságának kapcsolata (30T) ► a 0 sajátérték létezésének feltétele (31T) • háromszögmátrix sajátértékei, $\det(\mathbf{A})$ kiszámítása sajátértékekkel • *ortogonális* mátrixok • áttérés másik bázisra, lineáris leképezés mátrixának felírása új bázisban • *hasonlóság*, két mátrix hasonlóságának feltétele ► hasonló mátrixok karakterisztikus polinomja, determinánsa azonos (32T) • diagonalizálhatóság • *szimmetrikus mátrixok* sajátértékei, főtengety-tétel, spektrálfelbontás

7. Vektortér: • a vektortér, altér, példák vektortérre

8. Parciális deriváltak (Thomas 14.): • *többszörös*

függvények • tartomány belső és határpontja, nyílt, zárt, korlátos tartomány • szintvonal, szintfelület • kétváltozós függvény határértéke és folytonossága (14.2) • két-út vizsgálat határérték nemlétezésének igazolására • összetett függvény folytonossága • *parciális derivált* (14.3) • a parciális derivált létezéséből nem következik a függvény folytonossága (8P) • magasabbrendű parciális deriváltak • vegyes parciális deriváltak egyezése (2T) • kétváltozós függvény deriváltja (281.o) • függvény diffrhatóságának elégséges feltétele (3T és következménye) ► a diffrhatóságból következik a folytonosság (281.o) • láncszabály (5T, 6T, 7T), implicit differenciálás (8T) • *iránymenti derivált* ► iránymenti derivált kiszámítása (9T) ► az iránymenti derivált tulajdonságai (max, min, nulla változás irányai) • *érintősík*, normálegyenes, érintősík egyenlete • *linearizáció* (303.o) • *teljes differenciál*

9. Szélsőérték (Thomas 14.7): • helyi max/min • parciális deriváltak viselkedése szélsőérték helyen • kritikus pont, nyeregpon • szélsőérték keresése második deriváltakkal (11T) • absz. szélsőérték korlátos zárt tartományon

10. Taylor-formula: • Taylor-polinom (120.o), Taylor-formula (123.o 22T) • kétváltozós Taylor-formula (336-337.o)

11. Többes integrál: • *kettősintegrál* téglalaptartomány (351-352.o) és nem téglalaptartomány felett (347-348.o) • *kettősintegrál* kiszámítása kétszeres integrállal téglalaptartományon (Fubini-tétel: 1T) és nem téglalaptartományon (Fubini-tétel erősebb alak: 2T) • *kettősintegrál* határainak felírása • *kettősintegrál* polárkoordinátákkal ► kör-cikk területe és az r szereplése az $\int \int f(r, \theta) r dr d\theta$ képletben (371.o) • *háromasintegrál* (15.4) • *háromasintegrál* henger és gömbi koordinátarendszerben (15.6) • helyettesítés többes integráloknál, Jacobi-determináns (403.o)

12. Sorozatok: • *konvergens* és *divergens* sorozatok, *határérték* • végtelenhez divergáló sorozat • határérték tulajdonságai (1T), szndvicstétel sorozatokra (2T) • folytonosfüggvény tétel sorozatokra (3T: f folyt. és $a_n \rightarrow L$, akkor $f(a_n) \rightarrow f(L)$) • gyakran előforduló, nevezetes határértékek • monoton sorozat pontosan akkor konvergens, ha korlátos (6T)

13. Sorok: • *végtelen sor*, *részletösszeg*, *sor konvergenciája*, *összege* ► mértani sor konvergenciája és összege (81.o) • az n -edik tagon alapuló divergenciatest (7T) • a tétel megfordítása nem igaz: a harmonikus sor divergens • műveletek sorokkal (sorok összege, különbsége, skalárszorosa: 8T) • integrálkritérium (9T) ► p -sorok konvergenciája (3P) • összehasonlító kritériumok ► hányadoskritérium (12T) • gyökkritérium (13T) • alternáló sorok, Leibniz-tétel (14T), alternáló sor összegének becslése egy részletösszeggel (15T) • *abszolút és feltételes konvergencia* • abszolút konvergens sor konvergens • végtelen sor tagjainak átrendezése

14. Függvénysorok: • *hatványsorok* • hatványsor konvergenciatétele (Abel-tétel, 18T), valós hatványsor konvergenciatartományának alakja • hatványsor konvergenciasugarára • tagonkénti differenciálhatóság (19T), integrálhatóság (20T) • hatványsorok szorzata • Taylor és Maclaurin-sorok • e^x , $\cos x$, $\sin x$ Taylor-sora ► Euler-formula ($e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$) • Fourier-sor