3. MAT A2 vizsga. 2007-06-14 Neptun: _ _ _ _ _ _ Név: ________________________ Előadó: ____

1. Az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 7 & 8 & -1 \\ -4 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

mátrix sajátvektorai $(1,-1,0)$, $(-2,3,4)$ és $(-1,-3,2)$. Határozzuk meg $\mathbf{A}^{-1}$ sajátértékeit és sajátvektorait! *(6 pont)*

2. Mutassuk meg, hogy *(6 pont)*

$$\begin{vmatrix} a^2 & a & 1 & bcd \\ b^2 & b & 1 & acd \\ c^2 & c & 1 & abd \\ d^2 & d & 1 & abc \end{vmatrix} = (a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$$

3. Számítsuk ki az alábbi integrált! *(6 pont)*

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{-(x^2+y^2)}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x.$$

4. Határozzuk meg az $y = x$, $y = 2x$, $y = -x+1$, $y = -x+2$ egyenletű egyenesek által határol síkidom területét integráltranszformációval. *(6 pont)*

5. Az f függvényt *homogén n-edfokúnak* nevezzük, ha minden valós t-re $f(tx,ty) = t^n f(x,y)$. Mutassuk meg a többváltozós függvényekre vonatkozó láncszabály segítségével, hogy ekkor *(6 pont)*

$$xf'_x(x,y) + yf'_y(x,y) = nf(x,y).$$