

4. gyakorlat
Matematika A2

1. Adjuk meg az alábbi mátrixok LU -felbontását!

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 0 \\ 9 & -1 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & -8 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

2. A második feladatban kiszámított LU -felbontásokat felhasználva oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket!

a) $\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 = -2 \\ -x_1 - x_2 = -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ x_2 + 4x_3 = -3 \\ 5x_1 + 6x_2 = -4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 = -3 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -4 \end{cases}$

3. Az LU -felbontást felhasználva adjuk meg az alábbi mátrixok inverzét!

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4. Legyen $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Mit valósít meg a \mathbf{P} -vel való balszorítás egy másik 6×6 -os mátrixon? Számítsuk ki \mathbf{P} inverzét!

5. Legyen $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ és $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Számítsuk ki az $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{A}+\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \mathbf{A}^{-1}, \mathbf{B}^{-1}, \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^{-1}$ mátrixok determinánsát!

6. elemi sorműveletek alkalmazásával számítsuk ki az alábbi determinánsok értékét!

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$

7. Számítsuk ki a következő $n \times n$ -es mátrixok determinánsát!

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n \\ -1 & -1 & 0 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & n \end{pmatrix}$