MAT A2b – 2. pótZH. – 2013. május 10. Név: ________________ Gyakvez.: ______

1. Hol folytonos az

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

függvény? Állításunkat igazoljuk. *(4 pont)*

2. Az $f(x,y,z) = x^2 - yz$ függvény melyik irány szerinti deriváltja lesz a legkisebb az $(1,2,1)$ pontban, és mennyi ez az iránymenti derivált? *(4 pont)*

3. Ismerjük az f függvény egy gradiensét: $\nabla f(1,0) = (2,1)$. Határozzuk meg az $x \mapsto f(\sqrt{x}, \ln x)$ függvény deriváltját az $x = 1$ helyen a láncszabályt alkalmazva! *(4 pont)*

4. Határozzuk meg az $(x,y) \mapsto (xy, x+y^2)$ leképezés $(2,1)$ ponthoz tartozó deriváltleképezésének mátrixát! Ezt és $f(2,1)$ értékét fölhasználva becsüljük meg az $f(1.99, 1.2)$ értéket! *(6 pont)*

5. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3+y^3-3xy$ függvény lokális szélsőértékhelyeit és azok minőségét! *(8 pont)*

6. Írjuk fel az $x^2 + xy + z^2y = -1$ felületet az $(1, -1, 1)$ pontban érintő sík egyenletét! *(4 pont)*

7. Számítsuk ki az $f(x, y) = xy$ függvénynek a $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$ pontok által meghatározott háromszögtartományon vett integrálját! *(6 pont)*

8. Számítsuk ki az alábbi integrált az integrálás sorrendjének cseréjével: *(8 pont)*

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{y^3 + 1}\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$$

9. Számítsuk ki az $\iint_T x\,\mathrm{d}A$ integrált polárkoordinátákat használva, ahol T az egységkör alábbi ábra szerinti nyolcada: *(6 pont)*