MAT A2 – 2. pót-ZH. – 2011. május 6. Név: ______________ Gyakvez.: ______

1. Számítsuk ki az $\dfrac{x^2+y}{x^2y+1}$ függvény limeszét, ha x és y is $+\infty$-hez tart! *(3 pont)*

2. Számítsuk ki az $f(x,y,z)=\dfrac{y^2-x}{z}$ iránymenti deriváltját a $P_0(3,2,-1)$ pontban a $\mathbf{v}=(1,2,-1)$ irányban! *(4 pont)*

3. Határozzuk meg az $f(x,y,z)=2x^2+y^2+z^2+2xy-2z-4x$ függvény lokális szélsőértékeit! *(6 pont)*

4. Párosítsuk össze az alábbi három mátrixot a megadott három geometriai transzformációval! Jellemezzük a megadott transzformációt (mekkora szöggel forgat, hová vetít, mire tükröz)! *(6 pont)*

$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

vetítés	tükrözés	forgatás

5. Határozzuk meg a következő mátrixok sajátértékeit, és azok geometriai és algebrai multiplicitását! Melyik mátrix diagonizálható? *(6 pont)*

	$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$
sajátértékek			
algebrai multiplicitás			
geometriai multiplicitás			
diagonizálhatóság (I/N)			

6. Írjuk fel az $f(x, y) = \ln(x^2 + y)$ függvény lineáris közelítését a $(2, -3)$ pontban! *(4 pont)*

7. Bizonyítsuk be, hogy a következő egyenletrendszernek nincs megoldása, és adjunk meg egy optimális megoldást! *(5 pont)*

$$\begin{aligned} x &= -2 \\ 2x + y &= 4 \\ -x + y &= -1 \end{aligned}$$

8. Adjuk meg az $f(x, y) = (x - 2y, 2x + 3y)$ lineáris transzformáció mátrixát a $\mathcal{B} = \{(1, -1), (2, -1)\}$ bázisban! *(7 pont)*

9. Adjunk meg olyan bázist, amelyben az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 4 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrix diagonális, és adjuk meg a diagonális alakot! Ezt fölhasználva számítsuk ki az $\mathbf{A}^{2011}$ hatványt! *(9 pont)*