

1. Számítsuk ki az alábbi határértéket ha létezik, vagy mutassuk meg, hogy nem létezik!

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^3 + x^2y} =$$

(4 pont)

4. Határozzuk meg az $(x, y) \mapsto (x + y^2, 2xy + 1)$ leképezés $(2, 1)$ ponthoz tartozó deriváltleképezésének mátrixát! Ezt és $f(2, 1)$ értékét fölhasználva becsüljük meg az $f(2.01, 0.99)$ értéket!

(6 pont)

2. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^2 - y^3$ függvény $(2, 1)$ pontbeli iránymenti deriváltját a $(8, -6)$ irányban!

(4 pont)

5. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^3 + 2y^2 + 2xy - 2$ függvény lokális szélsőérték helyeit és azok minőségét!

(8 pont)

3. Ismerjük az f függvény egy gradiensét: $\nabla f(1, 2) = (3, -2)$. Határozzuk meg az $x \mapsto f(x^2, \sin(x-1) + 2x)$ függvény deriváltját az $x = 1$ helyen a láncszabályt alkalmazva!

(4 pont)

6. Írjuk fel az $f(x, y) = x^4 + 3x^2y - 5y$ függvény grafikonját az $(1, 2, -3)$ pontban érintő sík egyenletét! (4 pont)

8. Számítsuk ki az alábbi integrált az integrálás sorrendjének cseréjével: (8 pont)

$$\int_0^2 \int_{y/2}^1 \sin x^2 dx dy$$

7. Számítsuk ki az $f(x, y) = 1 + x$ függvénynek az $y = x + 2$ és az $y = x^2$ görbék által határolt tartományon vett integrálját! (6 pont)

9. Számítsuk ki az alábbi integrált polárkoordinátákra térve! (6 pont)

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2} dy dx$$