

1. Abszolút konvergens, feltételesen konvergens vagy divergens az alábbi sor?
(3 pont)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k}{k^3}$$

2. Határozzuk meg az alábbi hatványsor konvergenciatartományát!
(9 pont)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{n+1} (x-1)^n$$

3. Írjuk le az $\sqrt{1+x}$ Maclaurin-sorának (azaz 0 körüli Taylor-sorának) első 4 tagját!
(4 pont)

5. Határozzuk meg az $f(x, y, z) = x^2 y^3 z^6$ függvény $P(1, 1, 1)$ pontbeli gradiensvektorát! Határozzuk az f függvény P pontbeli iránymenti deriváltjainak maximumát!
(4 pont)

4. Írjuk fel a 2π szerint periodikus

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \frac{\pi}{2} \leq x < \frac{3\pi}{2}, \\ -1, & \frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi. \end{cases}$$

függvény Fourier-sorának első három nullától különböző tagját!
(6 pont)

6. Írjuk fel az alábbi függvények Jacobi-mátrixát a megadott helyen! (6 pont)

(a) $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto xy, (1, 2),$

(b) $(x, y) \mapsto (xy, x + y), (1, 2),$

(c) $x \mapsto \begin{bmatrix} x^2 + 1 \\ x - 1 \end{bmatrix}, x = 1.$

7. Határozzuk meg az $f(x, y) = 4xy - x^4 - y^4$ függvény lokális szélsőértékeit, ezek helyét, és a nyeregpontokat! (7 pont)

8. Legyen $f(x, y) = x^3 - 2y^2 - 3$. Az $f(2, 1)$ érték felhasználásával adjuk meg az $f(1.99, 1.01)$ értékének lineáris közelítését! *(5 pont)*

9. Mekkora annak a testnek a térfogata, melyet alulról az xy -sík, felülről az $x + y + z = 4$ egyenletű sík, oldalról az $x = 0$, $x = 2$, $y = 1$, $y = 2$ egyenletű síkok határolnak! *(6 pont)*