MAT A3 – 2. ZH. – 2007. november 26.

Név: ________________ Gyakvez.: ______

1. Számítsuk ki az $f(z) = z \operatorname{Im} z$ függvény integrálját a 0 és az i pontokat összekötő szakasz mentén. *(6 pont)*

2. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét, ahol $\mathcal{K}$ az origó középű 4 sugarú kör. *(8 pont)*

$$\int_{\mathcal{K}} \frac{\operatorname{ch} z}{(z-i\pi)^4} + \frac{e^{i\pi}}{z-3-4i} \, \mathrm{d}z$$

3. Írjuk fel az alábbi komplex függvények Laurent-sorát, és annak alapján mondjuk meg, hogy melyiknek milyen szingularitása van a $z = 0$ helyen: *(a)* $1/z^2$, *(b)* $e^{1/z}$. *(4 pont)*

4. Oldjuk meg az alábbi kezdeti érték problémát! *(8 pont)*

$$\sin(x)y' - \cos(x)y = e^x \sin^2(x), \quad y(1) = 0$$

5. Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát! *(8 pont)*

$$y'' + 2y' + 2y = e^{-x}, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$$

6. Írjuk fel, hogy az alábbi inhomogén differenciálegyenletek egyik partikuláris megoldását milyen alakban érdemes keresni: *(8 pont)*

a) $y'' + 4y' = x^2$

b) $y'' + 4y' - 5y = e^x$

c) $y'' - 4y' + 5y = \cos x$

d) $y'' - 4y' + 5y = e^{2x} \cos x$

7. Oldjuk meg az

$$y'' + 4y = \frac{2}{\cos 2x}$$

differenciálegyenletet a konstansok variálásának módszerével. *(8 pont)*