MAT A3 – Pót 2. ZH. – 2007. december 07. Név: ______________ Gyakvez.: ______

1. Számítsuk ki az $f(z) = z|z|^2$ függvény integrálját a 0 és a $-i$ pontokat összekötő szakasz mentén! *(5 pont)*

2. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét, ahol $\mathcal{G}$ az origó középű 3 sugarú kör: *(6 pont)*

$$\int_{\mathcal{G}} \frac{e^{iz}}{z^2+4} dz.$$

3. Írjuk fel az alábbi komplex függvények Laurent-sorát, és annak alapján mondjuk meg, hogy melyiknek milyen szingularitása van a $z = 0$ helyen: *(a)* $\frac{\operatorname{sh} z - z}{z^6}$, *(b)* $\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2iz}$? *(6 pont)*

4. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet! *(7 pont)*

$$y'' - 4y' + 4y = 6xe^x$$

5. Tegyük egzakttá az alábbi differenciálegyenletet, de ne oldjuk meg: *(5 pont)*

$$\frac{y \sin x - 1}{\cos x} + y' = 0$$

6. Oldjuk meg az alábbi kezdeti érték problémát! *(7 pont)*

$$(1 + x^2)y' + xy = 3x, \ y(0) = 2$$

7. Írjuk fel, hogy az alábbi inhomogén differenciálegyenletek egyik partikuláris megoldását milyen alakban érdemes keresni: *(7 pont)*

a) $y'' + 3y' = x^2 + x$

b) $y'' - 6y' + 5y = e^x(x - 2)$

c) $y'' - 2y' + 5y = \sin 2x$

d) $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$

8. Oldjuk meg az

$$y'' + 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

differenciálegyenletet a konstansok variálásának módszerével! *(7 pont)*