Felszín, felületi és felületmenti integrálok

Adva van egy S felületdarab, melynek vetülete a $\mathbf{p}$ irányra merőleges koordinátasíkon T ($\mathbf{p} = \mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ vagy $\mathbf{k}$). Az S megadása történhet az implicit $f(x, y, z) = c$ egyenletettel, vagy egy $(u, v) \mapsto \mathbf{r}(u, v)$ függvény értékkészletével.

Számítandó	S	$f(x,y,z)=c$	$\mathbf{r}(u,v)$ értékkészlete
Felszín	$\iint_S \mathrm{d}\sigma$	$\iint_T \frac{\lvert\nabla f\rvert}{\lvert\nabla f\cdot\mathbf{p}\rvert}\,\mathrm{d}A$	$\iint_T \lvert\mathbf{r}_u\times\mathbf{r}_v\rvert\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v$
Felületi integrál (g)	$\iint_S g\,\mathrm{d}\sigma$	$\iint_T g\frac{\lvert\nabla f\rvert}{\lvert\nabla f\cdot\mathbf{p}\rvert}\,\mathrm{d}A$	$\iint_T g(\mathbf{r}(u,v))\lvert\mathbf{r}_u\times\mathbf{r}_v\rvert\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v$
Felületmenti integrál ($\mathbf{F}$)	$\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,\mathrm{d}\sigma$	$\pm\iint_T \mathbf{F}\cdot\frac{\nabla f}{\lvert\nabla f\cdot\mathbf{p}\rvert}\,\mathrm{d}A$	$\pm\iint_T \mathbf{F}(\mathbf{r}(u,v))\cdot(\mathbf{r}_u\times\mathbf{r}_v)\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v$ $=\pm\iint_T \mathbf{F}(\mathbf{r}(u,v))\mathbf{r}_u\mathbf{r}_v\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v$

Deriváltak

S egy felületdarab, felszínét jelölje ΔS, határoló görbéjét C. Ha S egy zárt felület, az általa határolt testet jelölje D, annak térfogatát ΔD.

Fogalom	definíció	kiszámítása
differenciálhányados	$f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$	deriválási szabályok, képletek
divergencia	$\operatorname{div}\mathbf{v}(\mathbf{r}_0) = \lim\limits_{\Delta D\to 0}\frac{1}{\Delta D}\iint_S \mathbf{v}\cdot\mathbf{n}\,\mathrm{d}\sigma$	$\operatorname{div}\mathbf{v} = \nabla\mathbf{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x}+\frac{\partial v_2}{\partial y}+\frac{\partial v_3}{\partial z}$
rotáció	$\mathbf{n}_0\,\mathbf{rot}\,\mathbf{v}(\mathbf{r}_0) = \lim\limits_{\Delta S\to 0}\frac{1}{\Delta S}\oint_C \mathbf{v}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{r}$	$\mathbf{rot}\,\mathbf{v} = \nabla\times\mathbf{v} = \begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ v_1 & v_2 & v_3\end{vmatrix}$

$\mathbf{rot}\,\mathbf{grad}\,f = \mathbf{0}$, $\operatorname{div}\mathbf{rot}\,\mathbf{v} = 0$, $\operatorname{div}\mathbf{grad}\,f = \triangle f$

$$\left(\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right],\ \triangle = \frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}.\right)$$

Integrálredukciós tételek

Tétel neve	Formula
Newton–Leibniz	$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(b)-F(a)$
Stokes	$\oint_C \mathbf{v}\cdot\,\mathrm{d}\mathbf{r} = \iint_S \mathbf{rot}\,\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}\,\mathrm{d}\sigma$
Gauss–Osztrogradszkij	$\iint_S \mathbf{v}\cdot\mathbf{n}\,\mathrm{d}\sigma = \iiint_D \operatorname{div}\mathbf{v}\,\mathrm{d}V$