MAT A3 – 2. ZH. – 2009. november 23.

Név: ______________________ Gyakvez.: ______

1. Számítsuk ki az $f(z) = 2\bar{z} - \operatorname{Re} z$ függvény integrálját a i és az $1 + 2i$ pontokat összekötő szakasz mentén. *(6 pont)*

2. Számítsuk ki az alábbi integrál értékét, ahol $\mathcal{K}$ az $1 + i$ középpontú 2 sugarú kör. *(8 pont)*

$$\int_{\mathcal{K}} \frac{e^{iz}}{(z-2-i)^3} + \frac{\operatorname{sh}^2(z^3 - z)}{z - 3i} \, \mathrm{d}z$$

3. Oldjuk meg a következő kezdetiérték problémát:
$xy' + 3y = 5x^2 + 4x$, $y(1) = 4$. *(6 pont)*

4. Határozzuk meg az $y' = (4x - 5)e^{-y}$, $y(2) = 0$ egyenletekkel megadott kezdeti érték probléma megoldásának értelmezési tartományát! *(8 pont)*

5. Adjuk meg az $y'' - 2y' - 3y = e^x$ differenciálegyenlet összes megoldását! *(6 pont)*

6. Írjuk fel, hogy az alábbi inhomogén differenciálegyenletek egyik partikuláris megoldását milyen alakban érdemes keresni: *(8 pont)*

a) $y'' + 2y' = x^2$

b) $y'' + 2y' + y = e^{-x}$

c) $y'' + 2y' + 2y = x \sin x$

d) $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \sin x$

7. Oldjuk meg az

$$y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x^2 + 1}$$

differenciálegyenletet a konstansok variálásának módszerével. *(8 pont)*