

MATEMATIKA A3 VIZSGAKÉRDÉSEK – 2010

T tétel, **D** definíció, **B** kötelező bizonyítás, **P** példa

A vizsgán lesz néhány egyszerű, nem-számolós *feladat* minden témából, és *definíciókra, tételek* ismeretére, valamint egy *bizonyításra* vonatkozó kérdés. A vizsgán sem írásos segédlet sem zsebszámológép nem használható! A felkészüléshez segédanyagok a Thomas 2. és 3. kötetben, valamint a honlapon.

1. VEKTORÉRTÉKŰ FÜGGVÉNYEK (Thomas 3, 13. fejezet) **D** térgörbe megadása egy $\mathbf{r}(t)$ vektor-skalár függvényvel **D** vektorfüggvények határértéke, folytonossága, differenciálhatósága **D** sebességvektor, sebesség, mozgásirány, gyorsulásvektor **T** differenciálási szabályok **B** állandó hosszúságú (állandó abszolút értékű) vektorfüggvények deriváltja **D** vektorfüggvény határozatlan és határozott integrálja **D** sima görbe ívhossza, ívhosszparaméter **T** $ds/dt = |\mathbf{v}(t)|$ **P** áttérés ívhosszparaméterre **D** normált érintővektor (**T** vektor) **D** görbület **B** görbület kiszámolása **D** normált főnormális ($\mathbf{N}(s)$, azaz ha a görbe ívhosszparaméteresen van megadva) **T** normált főnormális kiszámítása tetszőleges paraméterezés esetén ($\mathbf{N}(t)$) **D** simulóköri **D** binormális egységvektor (**B**), torzió **T** további képletek görbület és torzió kiszámítására

2. INTEGRÁLÁS VEKTORMEZŐBEN (Thomas 3, 16. fejezet) **D** vonalintegrál **T** vonalintegrál kiszámítása **D** vektormező = vektor-vektor függvény, skalárfüggvény gradiensmezője (potenciátere) **D** munka sima görbe mentén, mint az $\mathbf{F} \cdot \mathbf{T}$ vonalintegrálja a görbén **T** képletek a munka kiszámítására **D** azok a fogalmak/feltételek, melyek ismerete/fennállása a következő tételekben szükséges: szakaszonként sima görbe, összefüggő/egyszeresen összefüggő nyílt halmaz... **D** útfüggetlenség, konzervatív erőter, potenciálfüggvény **T** vonalintegrálok alaptétele (útfüggetlenség \equiv a vektormező potenciálos) **T** integrál zárt görbe mentén, konzervatív erőterben **P** komponens-teszt a konzervativitás ellenőrzésére ($\frac{dP}{dy} = \frac{dN}{dz}, \dots$), potenciálfüggvény meghatározása **D** felület felszíne **P** felszín kiszámítása implicit függvényvel adott felület esetén **D** skalárfüggvény felületi integrálja **D** vektormező felületmenti integrálja (fluxus) **D** felületek megadása (függvénygrafikkal, implicit függvényvel, paraméteresen) **P** henger, kúp, gömb paraméterezése **P** felszín, felületi és felületmenti integrál kiszámítása paraméteresen adott sima felület esetén ($\int \int_T |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| du dv$, $\int \int_T g(\mathbf{r}(u, v)) |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| du dv$, $\int \int_T \mathbf{F}(\mathbf{r}(u, v)) \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v du dv$) **D** rotáció **T** Stokes-tétel **T** zárt görbén vett integrál 0 volta és $\mathbf{rot} \mathbf{F} = \mathbf{0}$ közötti összefüggés **D** divergencia **T** Gauss-Osztrogradszkij-tétel

3. KOMPLEX FÜGGVÉNYEK DIFFERENCIÁLÁSA ÉS INTEGRÁLÁSA **D** komplex függvény differenciálhatósága, **B** Cauchy–Riemann-féle differenciálegyenletek, a differenciálhatóság szükséges feltétele **T** a differenciálhatóság elégséges feltétele (ha u és v differenciálhatók (x_0, y_0) -ban, és teljesülnek a Cauchy–Riemann-féle differenciálegyenletek, akkor $f = u + iv$ differenciálható az $x_0 + iy_0$ pontban) **D** komplex elemi függvények (e^z , $\sin z$, $\cos z$, $\operatorname{sh} z$, $\operatorname{ch} z$ definiálása hatványsorokkal) **D** görbe megadása $t \rightarrow z(t)$ függvényvel **P** z_0 középi R sugarú kör megadása **C**-ben **D** komplex integrál **T** az integrál legfontosabb tulajdonságai **P** $\int_{|z|=1} \bar{z} dz$ **B** $\int_{|z-a|=R} (z-a)^n dz$ **D** reguláris (= holomorf) függvény **T** Cauchy-féle integráltétel, és következményei, integrálás olyan görbe mentén, mely több szinguláris pontot zár körbe, **P** $\int_{K(0,2)} (2z-1)/(z^2-z) dz$ (elemi törtekre bontással is) **T** Cauchy-féle integrálformulák, reguláris függvények többszöri differenciálhatósága

4. DIFFERENCIÁLEGYENLETEK **D** közönséges de., parciális de., explicit, implicit, k -adfokú, homogén, inhomogén, fokszám nélküli de., (k -változós polinomfüggvény és fokszáma), de. rendje, **D** k.é.p., görbesereg, iránymező **P** $y' = x - y$ iránymezője **P** autonóm differenciálegyenletek grafikus megoldása, **D** elsőrendű de. **B** az $y = f(x, y)$, $y(\xi) = \eta$ k.é.p. és az $y = \eta + \int_{\xi}^x f(t, y(t)) dt$ integrálegyenlet ekvivalenciája **T** az elsőrendű de. megoldása fokozatos közelítéssel ($y_0 = \eta$, $y_{n+1} = \eta + \int_{\xi}^x f(t, y_n(t)) dt$) **D** szétválászható változójú de.-k **T** elsőrendű lineáris de.-k **P** multiplikátoros vagy a konstans variálásának módszere, pl. az $y' = x - y$ és $y' = 1 + 2xy$, $y(2) = 3$ megoldása **D** egzakt de.-k **T** az egzaktság feltétele a parciális deriváltakkal **P** egzakt de.-k megoldása **T** multiplikátorral egzakttá tehető de.-k

5. MÁSODRENDŰ HOMOGEN LINEARIS DE. **B** Homogén lineáris de. megoldásainak lineáris kombinációi is megoldások **T** h.l.de. megoldhatósága és összes megoldása **D** állandó együtthatós de. karakterisztikus egyenlete, **T** különböző gyökökhöz tartozó megoldások lineáris függetlensége **B** e^{tx} m.o., ha t gyök **P** alaprendszer előállítása a karakterisztikus egyenlet gyökeiből, többszörös és komplex gyökök esetén is

6. INHOMOGEN LINEARIS DE.: **T** inhomogén lin.de. összes megoldása **P** állandó együtthatós inhomogén lin.de. (próbafüggvény módszer), $f(x) = e^{ux}(P_n(x) \cos vx + Q_m(x) \sin vx)$, ha $u + iv$ a karakterisztikus egyenlet k -szoros gyöke, és spec. esetei

7. DIFFERENCIÁLEGYENLET-RENDSZER **P** kétismeretlenes elsőrendű homogén lineáris de.-rendszer megoldása, ha a sajátértékek valósak és különbözőek