

**T** tétel, **D** definíció, **B** kötelező bizonyítás, **P** példa

A vizsgán bármelyik témából várható egyszerű *feladat*, és *definíciókra, tételek* ismeretére, valamint egy *bizonyításra* vonatkozó kérdés. Azon kívül minden vizsgán lesz legalább egy komplex függvényekre, legalább egy differenciálegyenletekre és differenciálegyenlet-rendszerekre vonatkozó számolási feladat! A vizsgán sem írásos segédlet sem zsebszámológép nem használható! A felkészüléshez segédanyagok a Thomas 2. és 3. kötetben, valamint a honlapon.

1. VEKTORÉRTÉKŰ FÜGGVÉNYEK (Thomas 3, 13. fejezet) **D** térgörbe megadása egy  $\mathbf{r}(t)$  vektor-skalár függvényvel **D** vektorfüggvények határértéke, folytonossága, differenciálhatósága **D** sebességvektor, sebesség, mozgásirány, gyorsulásvektor **T** differenciálási szabályok **B** állandó hosszúságú (állandó abszolút értékű) vektorfüggvények deriváltja **D** vektorfüggvény határozatlan és határozott integrálja **D** sima görbe ívhossza, ívhosszparaméter **T**  $ds/dt = |\mathbf{v}(t)|$  **P** áttérés ívhosszparaméterre **D** normált érintővektor (**T** vektor) **D** görbület **B** görbület kiszámolása **D** normált főnormális ( $\mathbf{N}(s)$ , azaz ha a görbe ívhosszparaméteresen van megadva) **T** normált főnormális kiszámítása tetszőleges paraméterezés esetén ( $\mathbf{N}(t)$ ) **D** simulókör **D** binormális egységvektor (**B**), torzió **T** a gyorsulásvektor érintő és főnormális irányú komponense **T** további képletek görbület és torzió kiszámítására

2. INTEGRÁLÁS VEKTORMEZŐBEN (Thomas 3, 16. fejezet) **D** vonalintegrál **T** vonalintegrál kiszámítása **D** vektormező = vektor-vektor függvény, skalárfüggvény gradiensmezője (potenciáltere) **D** munka sima görbe mentén, mint az  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{T}$  vonalintegrálja a görbén **T** képletek a munka kiszámítására **D** azok a fogalmak/feltételek, melyek ismerete/fennállása a következő tételekben szükséges: szakaszonként sima görbe, összefüggő/egyszeresen összefüggő nyílt halmaz... **D** útfüggetlenség, konzervatív erőter, potenciálfüggvény **T** vonalintegrálok alaptétele (útfüggetlenség  $\equiv$  a vektormező potenciális) **T** integrál zárt görbe mentén, konzervatív erőterben **P** komponens-teszt a konzervativitás ellenőrzésére ( $\frac{dP}{dy} = \frac{dN}{dz}, \dots$ ), potenciálfüggvény meghatározása **D** felület felszíne **P** felszín kiszámítása implicit függvényvel adott felület esetén **D** skalárfüggvény felületi integrálja **D** vektormező felületmenti integrálja (fluxus) **D** felületek megadása (függvénygrafikkal, implicit függvényvel, paraméteresen) **P** henger, kúp, gömb paraméterezése **P** felszín, felületi és felületmenti integrál kiszámítása paraméteresen adott sima felület esetén ( $\iint_T |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| du dv$ ,  $\iint_T g(\mathbf{r}(u, v)) |\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v| du dv$ ,  $\iint_T \mathbf{F}(\mathbf{r}(u, v)) \mathbf{r}_u \mathbf{r}_v du dv$ ) **D** rotáció **T** Stokes-tétel **T** zárt görbén vett integrál 0 volta és  $\text{rot} \mathbf{F} = \mathbf{0}$  közötti összefüggés **D** divergencia **T** Gauss–Osztrogradszkij-tétel

3. SZÁMSOROK, FÜGGVÉNYSOROK (Thomas 3, 11. fejezet) **D** végtelen sor, részletösszeg, sor konvergenciája, összege **B** mértani sor konvergenciája és összege (81.o) **T** az  $n$ -edik tagon alapuló divergenciateszt (7T) **T** a tétel megfordítása nem igaz: a harmonikus sor divergens **T** műveletek sorokkal (sorok összege, különbsége, skalárszorosa: 8T) **T** integrálkritérium (9T) **B**  $p$ -sorok konvergenciája (3P) **T** összehasonlító kritériumok **B** hányadoskritérium (12T)

**T** gyökkritérium (13T) **T** alternáló sorok, Leibniz-tétel (14T), alternáló sor összegének becslése egy részletösszeggel (15T) **D** abszolút és feltételes konvergencia **T** abszolút konvergens sor konvergens **T** végtelen sor tagjainak átrendezése **D** hatványsorok **T** hatványsor konvergenciatétele (18T), valós hatványsor konvergenciatartományának alakja **T** hatványsor konvergenciasugara **T** tagonkénti differenciálhatóság (19T), integrálhatóság (20T) **T** hatványsorok szorzata **T** Taylor és Maclaurin-sorok **T**  $e^x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin x$  Taylor-sora **T** binomiális sor **T** Euler-képlet **D** Fourier-sor **T** viselkedése a függvény szakadási helyén (24T)

4. KOMPLEX FÜGGVÉNYEK DIFFERENCIÁLÁSA ÉS INTEGRÁLÁSA **D** komplex függvény differenciálhatósága, **B** Cauchy–Riemann-féle differenciálegyenletek, a diffrhatóság szükséges feltétele **T** a diffrhatóság elégséges feltétele (ha  $u$  és  $v$  diffrhatók  $(x_0, y_0)$ -ban, és teljesülnek a Cauchy–Riemann-féle diffeqyenletek, akkor  $f = u + iv$  diffrható az  $x_0 + iy_0$  pontban) **D** komplex elemi függvények ( $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\text{sh } z$ ,  $\text{ch } z$  definiálása hatványsorokkal) **D** görbe megadása  $t \rightarrow z(t)$  függvényvel **P**  $z_0$  középső  $R$  sugarú kör megadása **C**-ben **D** komplex integrál **T** az integrál legfontosabb tulajdonságai **P**  $\int_{|z|=1} \bar{z} dz$  **B**  $\int_{|z-a|=R} (z-a)^n dz$  **D** reguláris (= holomorf) függvény **T** Cauchy-féle integráltétel, és következményei, integrálás olyan görbe mentén, mely több szinguláris pontot zár körbe, **P**  $\int_{K(0,2)} (2z-1)/(z^2-z) dz$  (elemi törtekre bontással) **T** Cauchy-féle integrálformulák, reguláris függvények többszöri diffrhatósága

5. DIFFERENCIÁLEGYENLETEK **D** közönséges de., parciális de., explicit, implicit,  $k$ -adfokú, homogén, inhomogén, fokszám nélküli de., ( $k$ -változós polinomfüggvény és fokszáma), de. rendje, **D** k.é.p., görbesereg, iránymező **P**  $y' = x - y$  iránymezője **D** elsőrendű de. **D** szétválászható változójú de.-k **T** elsőrendű lineáris de.-k **D** egzakt de.-k ( $M(x, y) + N(x, y)y' = 0$ , azaz  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ , ld. még a 16.3 pontban: egzakt differenciálformák) **T** az egzaktság feltétele a parciális deriváltakkal

6. MÁSODRENDŰ HOMOGEN LINEÁRIS DE. **B** Homogén lineáris de. megoldásainak lineáris kombinációi is megoldások **T** h.l.de. megoldhatósága és összes megoldása **D** állandó együtthatós de. karakterisztikus egyenlete, **T** különböző gyökökhöz tartozó megoldások lineáris függetlensége **B**  $e^{tx}$  m.o., ha  $t$  gyök **P** alaprendszer előállítása a karakterisztikus egyenlet gyökeiből, többszörös és komplex gyökök esetén is

7. INHOMOGÉN LINEÁRIS DE.: **T** inhomogén lin.de. összes megoldása **P** állandó együtthatós inhomogén lin.de. (próbafüggvény módszer: polinom, exponenciális, trigonometrikus függvény, vagy ezek szorzata, azaz  $e^{ux}(P_n(x) \cos vx + Q_m(x) \sin vx)$ , ahol  $u + iv$  a karakterisztikus egyenlet  $k$ -szoros gyöke) **B** konstansok variálása (levezetés másodrendű lineáris de.-re) **D** Euler-féle de. **P** és megoldása

8. DIFFERENCIÁLEGYENLET-RENDSZER **P** kétismeretlenes elsőrendű homogén lineáris de.-rendszer megoldása, ha a sajátértékek valósak és különbözőek