

## 2. ZH Bevezetés az algebra 2 2016-05-10 16:00

A dolgozat alatt semmilyen segédeszköz nem használható. A feladatok tetszőleges sorrendben megoldhatók. Kidolgozási idő 60 perc.

1. Tekintsük a

$$g : \mathbb{C}^2 \times \mathbb{C}^2; (\mathbf{u}, \mathbf{v}) \mapsto g(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 2i\bar{u}_1v_2 - 2i\bar{u}_2v_1$$

komplex bilineáris függvényt!

- (a) Írjuk fel a mátrixát!
- (b) Hermite-féle-e a  $g$  bilineáris függvény?
- (c) Adjunk meg olyan bázist, amelyben  $g$  mátrixa diagonális!
- (d) Írjuk fel e bázisban a  $g$ -hez tartozó kvadratikus alakot! (6 pont)

2. Határozzuk meg az

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

mátrix redukált valamint teljes SVD-felbontását! (5 pont)

3. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

- (a) Határozzuk meg az  $\mathbf{A}$  mátrix Jordan-féle normálalakját, valamint egy Jordan-bázist!
- (b) Adjuk meg a Jordan-láncokat!
- (c) Határozzuk meg az  $e^{\mathbf{A}t}$  mátrixot! (6 pont)

4. Határozzuk meg az

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrix 1- és 2-normáját! (4 pont)

5. Tekintsük az

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

mátrix  $\mathcal{V}$  sorterét és ebben az első két sorvektor által kifeszített  $\mathcal{W}$  alteret. Határozzuk meg a  $\mathcal{V}/\mathcal{W}$  faktortér dimenzióját. Adjunk meg a faktortérben egy bázist annak segítségével, hogy kiegészítjük  $\mathcal{W}$  egy bázisát  $\mathcal{V}$  egy bázisává! (4 pont)