MATEMATIKA B3 VIZSGAKÉRDÉSEK – 2005

Rövidítések: **T** = tétel, **D** = definíció, **B** = kötelező bizonyítás, **P** = példa, *n.m* = példatári sorszám, Tn.m = példatári bevezető, *n.m.k* = tankönyvi sorszám, TK n = tankönyv n-edik oldal, * = nem kötelező.

1. Hatványsorok, Taylor-sorok: **D** alapfogalmak, **P** $\lim_{n\to\infty} z^n$ ($z \in \mathbf{C}$) értelmezési- és konvergenciatartománya, **D** hatványsorok, **B** Abel-tétel (**23.2.2**), hatványsor konvergenciatartományának alakja, **P** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, és $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$ konvergenciatartománya, **T** hatványsorok tagonkénti integrálhatósága és differenciálhatósága, **P** $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$, $\sum_{n=1}^{\infty} x^n/n$, **D** Taylor-sor, Maclaurin-sor, **B** a függvény egyenlősége Taylor-sorával (**23.2.5**), **P** e^x = Maclaurin-sorával (TK 331), **P** e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$, $(1+x)^\alpha$ Maclaurin-sora (M23.24), 23.136, 23.141, **P** $\ln(1+x)$ (TK 330) és $\operatorname{arctg} x$ (23.116) Maclaurin-sora, **T** hatványsor Taylor-sora (23.2.6),

2. Fourier-sorok: **D** Fourier-sorok, Fourier együtthatók és származtatásuk, **T** függvény egyenlősége Fourier-sorával (23.3.4), **B** $2p$ szerint periodikus függvény integrálja $2p$ hosszú intervallumon (23.3.5), **T** páros és páratlan függvények Fourier-sora **P** * Fourier-sorok komplex alakja (T24.52), **P** a törtrész függvény Fourier-sora, $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \cdots = \frac{\pi}{4}$, $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-2} = \pi^2/6$, (TK 345–348)

3. Komplex függvények: **D** e^z, **T** $e^{z+w} = e^z e^w$, **P** $1/\overline{z}$ és e^{-z} valós és imaginárius része (24.1,24.11), **D** trigonometrikus függvények, **B** Euler-formula, **B** $e^z \neq 0$, **B** trigonometrikus függvények felírása exponenciális és hiperbolás függvényekkel (24.2.5, 24.2.8), **B** e^z periódusai (24.2.6), **D** exponenciális alak, logaritmus és főértéke, komplex szám komplex kitevős hatványa, **T** a logaritmus kiszámítása (TK 359), **P** $\ln(-1)$, i^i (TK 360), 24.39, $\sin(x+iy)$ algebrai alakja (24.14),

4. Komplex függvények differenciálása és integrálása: **D** komplex függvény differenciálhatósága, **B** Cauchy–Riemann-féle differenciálegyenletek, a diffhatóság szükséges feltétele (**24.4.3**), **T** a diffhatóság elégséges feltétele (24.4.4), **P** 24.81 **P** $u(x,y) = x^3 - 3xy^2$, $v =?$, 24.127, **D** komplex integrál, **T** az integrál legfontosabb tulajdonságai, **P** $\int_{|z|=1} \overline{z}\, dz$, 24.135, **B** $\int_{|z-a|=R} (z-a)^n\, dz$ (TK 368–370 alapján),

5. Cauchy-féle integráltétel és integrálformulák: **D** reguláris függvény, **T** Cauchy-féle integráltétel, és következményei, integrálás olyan görbe mentén, mely több szinguláris pontot zár körbe, **B** 24.6.4, **P** $\int_{K(0,2)} (2z-1)/(z^2-z)\, dz$ elemi törtekre bontással, **T** Cauchy-féle integrálformulák, reguláris függvények többszöri differenciálhatósága, **P** 24.145, 24.148, 24.149,

6. Laurent-sorok: **D** Laurent-sorok, **P** 24.180, **D** szingularitások, **T** szinguláris helyek tulajdonságai, **D** reziduum, **T** reziduum-tétel (T24.43), **T** reziduum kiszámítása (T24.44, T24.45), **P** 24.194.

7. Laplace-transzformált: **D** Laplace-transzformált, **P** 1, e^{at}, t^n, (t^v L-transzformáltja TK 387), **B** A L-transzformált linearitása (25.1.2–3), **T** A L-transzformálhatóság elégséges feltétele (25.1.4), **D** konvolúció, **T** konvolúció kommutativitása, **T** konvolúció L-transzformáltja, **B** f integráljának, deriváltjának L-transzformáltja (25.2.4–5), **T** a L-transzformált differenciálása és integrálása, **T** hasonlósági és eltolási tételek, **P** 25.84, **T** inverz L-transzformált előállítása (25.5.1), **P** elemi törtek inverz L-tr.-ja: $1/(p+a)$, $1/(p+a)^n$, $1/(p^2+ap+b)$, **P** 25.12, 25.106–109

8. Differeciálegyenletek: **D** közönséges de., explicit, implicit, k-adfokú, homogén, inhomogén, fokszám nélküli de., (k-változós polinomfüggvény és fokszáma), de. rendje, **D** k.é.p., integrálgörbe, görbesereg, **T** Cauchy–Peano-féle egzisztenciatétel ($n = 1, 2$-re is), **D** Lipschitz-feltétel, **B** elegendő feltétel a Lipschitz-feltétel teljesüléséhez (**27.2.4**) **T** Picard–Lindelöf-féle unicitástétel,

9. Szétválasztható de.: **D** szétválasztható változójú és ilyenekre vezető de.-k, **B** és megoldhatóságuk (28.1.2), **P** 28.39, 28.16,

10. Elsőrendű de.: **T** elsőrendű lineáris de.-k megoldhatósága (28.2.1), **P** konstans variálásának módszere, $y' = x - y$ és $y' = 1 + 2xy$, $y(2) = 3$ megoldása, 28.84, **P** hiányos másodrendű de.-k megoldása (TK 44. oldal levezetése), 28.115, 28.112, 28.126,

11. Egzakt de.: **D** egzakt de.-k, **T** az egzaktság feltétele (28.4.2), **B** a „csak akkor” rész, **P** egzakt de.-k megoldása, **T** multiplikátorral egzakttá tehető de.-k (**TK 48–49**), **P** 28.137, 28.143,

12. Közelítő módszerek: **D** szukcesszív approximáció, Euler-módszer, Runge–Kutta-módszer, **P** TK 54, **D** iránymező, **P** $y' = x - y$ iránymezője,

13. Homogén lineáris de.: **B** Homogén lineáris de. egyértelmű megoldhatósága (**29.1.2**), **B** megoldások lineáris kombinációi (29.1.1), **D** Wronsky-determináns, **T** lineárisan független függvények Wronsky-determinánsa (29.1.5-6), **T** h.l.de. alaprendszerének egyértelmű létezése (29.1.8), **T** h.l.de. összes megoldása (29.1.9), **D** állandó együtthatós de. karakterisztikus egyenlete, **B** * különböző gyökökhöz tartozó megoldások lineáris függetlensége, **B** e^{tx} m.o., ha t gyök (29.2.3), **P** alaprendszer előállítása a karakterisztikus egyenlet gyökeiből, 29.1, 29.12, 29.29,

14. Euler-féle de.: **D** Euler-féle de., **P** Euler-féle de. megoldása kétféle módszerrel (1. $x = e^z$ helyettesítés, 2. a m.o. keresése $y = x^m$ alakban), **B** a másodrendű Euler-féle de. karakterisztikus egyenlete, **P** 29.116, 119,

15. Inhomogén lineáris de.: **B** inhomogén lin.de. összes megoldása (29.4.2), **T** konstansok variálása (levezetés $n = 2$ esetén, **TK 89–91**), **P** állandó együtthatós inhomogén lin.de. (próbafüggvény módszer), $f(x) = e^{ux}(P_n(x) \cos vx + Q_m(x) \sin vx)$, ha $u + iv$ a karakterisztikus egyenlet k-szoros gyöke, és spec. esetei, 29.66, 29.86, **P** lineáris de.-k m.o. Laplace-transzformációval, **P** közelítő megoldás hatványsorokkal,

16. Parciális de.: **D** elliptikus, parabolikus, hiperbolikus de.-k, **P** rezgő húr de.-e (TK 121–128), **D** hővezetés de.-e, Laplace-egyenlet, **P** * 30.12–16.