1. Hozzuk kanonikus alakra a $8y^2+6xy+6x-2y+1=0$ másodrendű görbe egyenletét, és ábrázoljuk a görbét és az új koordinátarendszer tengelyeit az eredeti koordinátarendszerben.

2. Bizonyítsuk be, hogy ha W_1, W_2 a V véges dimenziós vektortér két altere, akkor $\dim\langle W_1, W_2\rangle = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$.

3. Lássuk be, hogy alterek uniója nem feltétlenül altér.

4. Mutassuk meg, hogy az alábbi (valós) mátrixok mind hasonlók:

a) $\begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d & 0 \end{bmatrix}$, ahol a, b, c és d tetszőleges nem 0 értékek;

b) $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{bmatrix}$, ahol a, b, c és d tetszőleges nem 0 értékek;

c) $\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}$, ahol $a \neq c$ tetszőleges, egymástól különböző értékek;

d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

5. Bizonyítsuk be, hogy ha A önadjungált és M unitér mátrix, akkor $M^{-1}AM$ önadjungált mátrix.

6. Bizonyítsuk be, hogy ortogonális mátrixok szorzata, inverze szintén ortogonális.

7. Adjunk meg ortogonális, illetve ortonomált bázist az $\mathbb{R}^4$ $(1,2,-1,0)$, $(2,1,0,1)$ és $(1,-1,1,-1)$ vektorok által generált alterében.

8. Adjuk meg az $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ mátrix QR-felbontását Gram–Schmidt-ortogonalizálás segítségével.

9. a) Határozzuk meg az $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ mátrix általánosított inverzét.

b) Határozzuk meg az $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ legjobban közelítő megoldását, ha $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$.

10. Oldjuk meg az $\dot{x}(t) = x(t) - y(t)$, $\dot{y}(t) = 4x(t) + 5y(t)$ differenciálegyenletrendszert!

Hf1. a) Határozzuk meg az $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ mátrixú bilineáris függvény definitségét.

b) Adjunk meg egy olyan bázist, amelyben ennek a bilineáris függvénynek a mátrixa diagonális, és írjuk fel ebben a bázisban a hozzá tartozó kvadratikus alakot!

Hf2. Adjuk meg az $A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ mátrix

a) karakterisztikus és minimálpolinomját,
b) determinánsosztóit és invariáns faktorait,
c) Jordan-féle normálalakját,
d) az $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$ differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását!