1. Számítsuk ki a k-adik Fibonacci-számot ($F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$)!

2. Mutassuk meg, hogy az alábbi (valós) mátrixok mind hasonlók:

(a) $\begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d & 0 \end{bmatrix}$, ahol a, b, c és d tetszőleges nem 0 értékek;

(b) $\begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{bmatrix}$, ahol a, b, c és d tetszőleges nem 0 értékek;

(c) $\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}$, ahol $a \neq c$ tetszőleges, egymástól különböző értékek;

(d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

3. Ábrázoljuk az $9x^2-4xy+6y^2-10x-20y+5 = 0$ egyenletű másodrendű görbét! Határozzuk meg centrumát, és tengelyeinek egyenletét!

4. Számítsuk ki az alábbi mátrixok szinguláris érték szerinti felbontásának teljes és redukált alakját, és írjuk fel a hozzá tartozó diadikus felbontást!

$$(a)\ \begin{bmatrix} -\frac{4}{13} & 6 \\ \frac{111}{13} & -4 \end{bmatrix}, \quad (b)\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (c)\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(d)\begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

5. Határozzuk meg a fenti mátrixok pszeudoinverzét!

6. Határozzuk meg az (d)-beli mátrix polárfelbontását is!

7. Tudjuk, hogy az $\mathbf{A} = \mathbf{U}\operatorname{diag}(4,-2,-2,0)\mathbf{U}^T$ az $\mathbf{A}$ mátrix sajátfelbontása, ahol

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Írjuk fel $\mathbf{A}$ szinguláris felbontását!

8. Számítsuk ki az alábbi vektorok megadott normáit!

1. $\mathbf{x} = (\sqrt{3} - \mathrm{i}, 6\mathrm{i}, 3)$, $\mathbf{y} = (0.1, -0.2, -0.2)$, $p = 1, 2, \infty$;
2. $(1,2,2)$, $(2,3,6)$, $(1,4,8)$, $(4,4,7)$, $p = 2$;
3. $(\mathrm{i}, 2, \sqrt{2} - \sqrt{2}\mathrm{i}, -4i)$, $p = 1, 2, \infty$;
4. $(3,4,5)$, $(11,12,13,14)$, $p = 3$;

9. Számítsuk ki az alábbi mátrixok Frobenius-, 1-, 2- és ∞-normáját!

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$